

توان و عمرِ یک کوتوله ی سفید

یک کوتوله ی سفید جرمش از مرتبه ی جرم خورشید و شعاعش از مرتبه ی شعاع زمین است. توان کوتوله ی سفید ناشی از انقباض گرانشی است. انرژی گرانشی ی یک گوی به جرم M و شعاع R از مرتبه ی $-GM^2 R^{-1}$ است. به این ترتیب توان آزاد-شده به خاطر انقباض، از مرتبه ی $-GM^2 R^{-2} \dot{R}$ است. اگر دمای سطح کوتوله T باشد، توان تابیده با $R^2 T^4$ متناسب است (قانون شتفان-بلمتسمان [1]). دمای سطح یک کوتوله ی سفید از مرتبه ی 2 برابر دمای سطح خورشید، و شعاع یک کوتوله ی سفید از مرتبه ی 0.01 برابر شعاع خورشید است. پس توان یک کوتوله ی سفید از مرتبه ی 10^{-3} برابر توان خورشید (P) است. با $G = 7 \times 10^{-11} \text{ J m (kg)}^{-2}$, $M = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$, $R = 6 \times 10^6 \text{ m}$, $P = 4 \times 10^{26} \text{ W}$, سرعت انقباض از مرتبه ی 10^{-6} m y^{-1} میشود. پس عمر یک کوتوله ی سفید از مرتبه ی 10^{13} y میشود، 100 برابر سن کنونی ی جهان.

[1] Stefan Boltzmann