

سرعت زاویه‌ای ثابت در مدارهای کیپری

در مدارهای کیپری بسته، سرعت زاویه‌ای نسبت به مرکز نیرو (کانون پر) ثابت نیست:

$$\rho^2 \dot{\varphi} = l,$$

$$\rho = \frac{a(1 - \varepsilon^2)}{1 + \varepsilon \cos \varphi},$$

که (ρ, φ) مختصات قطبی با مبدئ تا کانون پر اند و مبدئ φ جهت حضیض است، l یک ثابت (تکانه زاویه‌ای بر جرم) است، \dot{X} مشتق X نسبت به زمان است، و a نیمقطر بزرگ و ε خروج-از-مرکز بیضی است. مختصات قطبی φ' با مبدئ کانون خالی را با (ρ', φ') نشان می‌دهم، که مبدئ φ' جهت حضیض است. محاسبات را تا مرتبه ε یک نسبت به خروج-از-مرکز انجام می‌دهم:

$$\tan \varphi' = \frac{\rho \sin \varphi}{\rho \cos \varphi + 2\varepsilon a},$$

$$= \tan \varphi - 2\varepsilon \frac{\sin \varphi}{\cos^2 \varphi} + o(\varepsilon).$$

پس،

$$\varphi' = \varphi - 2\varepsilon \sin \varphi + o(\varepsilon).$$

به این ترتیب،

$$\dot{\varphi}' = (1 - 2\varepsilon \cos \varphi) \dot{\varphi} + o(\varepsilon),$$

$$= (1 - 2\varepsilon \cos \varphi) \frac{l(1 + \varepsilon \cos \varphi)^2}{a^2} + o(\varepsilon),$$

$$= \frac{l}{a^2} + o(\varepsilon).$$

سرعت زاویه‌ای نسبت به کانون خالی، تا مرتبه ε یک نسبت به خروج-از-مرکز ثابت است.