

X1-110 (2015/08/28)

برازش، تخمین، نایقینی II

mamwad@mailaps.org

محمد خرمی

مثالها بی از برازش روابط به یک دسته داده بررسی میشود.

0 درآمد

در [1] یک فرمولبندی برای برازش ارائه شد. هم ان فرمولبندی و نمداگذاریها را به کار میبرم. خلاصه آش این است که بین یک دسته متغیر X روابطی برقرار است. این روابط با یک دسته پارامتر A مشخص میشوند:

$$Q(A, X) = 0. \quad (1)$$

مقداری که با سنجش برای X به دست میآید را با Y نشان میدهم. حل (1) میشود

$$A = f_0(B). \quad (2)$$

$$X = f_1(B). \quad (3)$$

تعداد متغیرها (تعداد سنجشها) را با N ، تعداد پارامترها را با m ، و تعداد رابطها بی بین اینها (تعداد قیدها) را با η نشان میدهم. تعداد متغیرهای مستقل (تعداد مثلثها بی B) را هم با ϕ

نشان می‌دهم. نتیجه میشود

$$\phi = N + m - \eta. \quad (4)$$

شرط وجود یک چگالی-ی-احتمال بازبهنجارش-پذیر برای پارامترها ی آزاد این است که ϕ از N بزرگتر نباشد. هم‌رز با آن، m از η بزرگتر نباشد. از این پس فرض این است که m از η کوچکتر است.

مقدار واقعی Ω را با $\hat{\Omega}$ ، و مقدار متناظر با خطای کمینه بر اساس سنجشها را با $\bar{\Omega}$ نشان می‌دهم. $\bar{\Omega}$ تابع مقدارها ی سنجیده-شده است، و

$$\bar{\Omega}(\hat{Y}) = \hat{\Omega}. \quad (5)$$

$$f_1(\hat{B}) = \hat{Y}. \quad (6)$$

همبستگی ی Y برابر با C است:

$$E[(Y^i - \hat{Y}^i)(Y^j - \hat{Y}^j)] = C^{ij}, \quad (7)$$

که E مقدار چشمداشتی ست. برای B هم،

$$E[(B^\alpha - \hat{B}^\alpha)(B^\beta - \hat{B}^\beta)] = K^{\alpha\beta}, \quad (8)$$

که

$$K_{\alpha\beta}^{-1} = C_{ij}^{-1} \Gamma_{\alpha}^i \Gamma_{\beta}^j, \quad (9)$$

Γ مشتق $f_1(B)$ نسبت به B است، که جا بی نزدیک \hat{B} یا \bar{B} حساب شده است. $\bar{B}(y)$ مقدار ی برای b است که $C[y - f_1(b), y - f_1(b)]$ را کمینه میکند. هم‌رز با این، $(\bar{A}, \bar{X})(y)$ مقدار ی برای (a, x) است که $C(y - x, y - x)$ را با قید $Q(a, x) = 0$ کمینه میکند. برای گشتاورها هم،

$$E[(\bar{A}^p - \hat{A}^p)(\bar{A}^q - \hat{A}^q)] = C^{kl} \Theta_k^p \Theta_l^q. \quad (10)$$

$$E[(\bar{X}^i - \hat{X}^i)(\bar{X}^j - \hat{X}^j)] = C^{kl} \Gamma_k^i \Gamma_l^j. \quad (11)$$

Θ و Γ ماتریسها ی مشتق، به ترتیب، $\bar{A}(y)$ و $\bar{X}(y)$ نسبت به y اند، که جا بی نزدیک \hat{B} یا \bar{B} حساب شده اند.

یک تخمین برای گشتاورها با استفاده از مقادارهای سنجیده-شده چنین است.

$$\text{es}\{C^{-1}[\mathbf{y} - \bar{X}(\mathbf{y}), \mathbf{y} - \bar{X}(\mathbf{y})]\} = \eta - m. \quad (12)$$

1 برآزش یک رویه به یک دسته داده

میخواهم به یک دسته نقطه در یک فضا l -بُعدی یک رویه κ -بُعدی ببرانم. n -نقطه در این فضا متناظر با (ℓn) عدد ند (هر نقطه متناظر با ℓ عدد است). هر رویه κ -بُعدی در این فضا با $(\ell - \kappa)$ معادله مشخص میشود. پس به ازای هر نقطه یک دسته، $(\ell - \kappa)$ تا، معادله (قید) هست. نتیجه این که

$$N = \ell n, \quad (13)$$

$$\eta = (\ell - \kappa) n, \quad (14)$$

و از آنجا،

$$\eta - m = (\ell - \kappa) n - m. \quad (15)$$

$$\phi = \kappa n + m. \quad (16)$$

یک حالت خاص رویه ای است که در آن $(\ell - \kappa)$ مختصه تابع κ مختصه اند، و هر یک از این تابعها شامل پارامتر است. در این حالت،

$$m = \varpi (\ell - \kappa). \quad (17)$$

$$\eta - m = (\ell - \kappa) (n - \varpi). \quad (18)$$

$$\phi = \kappa n + \varpi (\ell - \kappa). \quad (19)$$

شرط مثبت-بودن $(\eta - m)$ ، همراه با نامنفی-بودن m ، میشود

$$\kappa < \ell. \quad (20)$$

$$\varpi < n. \quad (21)$$

اولی یعنی بُعدِ رویه کمتر از بُعدِ فضا است. دومی یعنی تعدادِ پارامترها یِ هر یک از تابعها کمتر از تعدادِ نقطه‌ها یِ سنجیده-شده است.

در این حالت میشود متغیرها و پارامترها را با دُ شاخص نشان داد: میشود به جا یِ X^i و A^p ، به ترتیب $X^{(i',i')}$ و $A^{(p',p')}$ را به کار برد. شاخصِ اولِ X مختصه یِ نقطه، و شاخصِ دومِ X شماره یِ نقطه یِ سنجیده-شده است. شاخصِ اولِ A شماره یِ تابع، و شاخصِ دومِ A شماره یِ پارامتر در آن تابع است. به این ترتیب، شاخصِ ها یِ اول و دومِ X و شاخصها یِ اول و دومِ A در، به ترتیب، $\{1, \dots, \ell\}$ و $\{1, \dots, n\}$ و $\{1, \dots, l - \kappa\}$ و $\{1, \dots, \varpi\}$ مقدار میگیرند. قیدها را هم میشود با دُ شاخص نشان داد: $Q^{(p',i')}$ را به جا یِ Q^{ν} به کار میبریم، که شاخصِ اول و دومِ Q در، به ترتیب، $\{1, \dots, \ell - \kappa\}$ و $\{1, \dots, n\}$ مقدار میگیرند.

2 برازشِ یک نقطه به یک دسته داده

در این حالت ℓ مختصه اند، که تابعِ هیچ مختصه یِ دیگری نیستند. هر یک از این مختصهها تابعِ یک پارامتر است. پس،

$$\varpi = 1. \quad (22)$$

$$\kappa = 0. \quad (23)$$

$$m = \ell. \quad (24)$$

$$\eta = \ell n. \quad (25)$$

$$\eta - m = \ell(n - 1). \quad (26)$$

$$\phi = \ell. \quad (27)$$

قیدها میشوند

$$Q^{(i',i')}(A, X) = X^{(i',i')} - A^{i'}. \quad (28)$$

این قیدها به سادگی حل میشوند. متغیرها ی مستقل را میشود هم ان مثلثها ی A گرفت. به این ترتیب تابع ی که باید بیشینه شود Υ است:

$$\Upsilon(\mathbf{a}) = -\frac{1}{2} C_{ij}^{-1} (y^i - \tilde{a}^i) (y^j - \tilde{a}^j), \quad (29)$$

که

$$\tilde{a}^{(i',i'')} = a^{i'} s^{i''}. \quad (30)$$

$$s^{i''} = 1. \quad (31)$$

معادله ی بیشینه-ساز Υ میشود

$$-C_{(i',i'')(j',j'')}^{-1} s^{i''} s^{j''} \bar{A}^{j'} + C_{(i',i'')(j',j'')}^{-1} s^{i''} y^{(j',j'')} = 0, \quad (32)$$

که نتیجه میدهد

$$\bar{A}^{k'} = C^{k' i'} C_{(i',i'')(j',j'')}^{-1} s^{i''} y^{(j',j'')}. \quad (33)$$

$$(C^{-1})_{i' j'} = C_{(i',i'')(j',j'')}^{-1} s^{i''} s^{j''}. \quad (34)$$

همچنین،

$$es\{E[(\bar{A}^{i'} - \hat{A}^{i'}) (\bar{A}^{j'} - \hat{A}^{j'})]\} = \frac{C^{-1} [\mathbf{y} - \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{y}), \mathbf{y} - \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{y})]}{\ell(n-1)} C^{i' j'}. \quad (35)$$

یک حالت ساده وقت ی ست که سنجشها مستقل از هم اند و خطا پشان هم یکسان است:

$$C_{(i',i'')(j',j'')} = \sigma^2 \delta^{i' j'} \delta^{i'' j''}. \quad (36)$$

در این حالت،

$$C^{i' j'} = \frac{\sigma^2}{n} \delta^{i' j'}. \quad (37)$$

$$\bar{A}^{i'} = \frac{1}{n} \sum_{i''=1}^n y^{(i',i'')}. \quad (38)$$

$$es(\sigma^2) = \frac{1}{\ell(n-1)} \sum_{k' k''} [y^{(k',k'')} - \bar{A}^{k'}]^2. \quad (39)$$

$$es\{E[(\bar{A}^{i'} - \hat{A}^{i'}) (\bar{A}^{j'} - \hat{A}^{j'})]\} = \frac{\delta^{i' j'}}{\ell n(n-1)} \sum_{k' k''} [y^{(k',k'')} - \bar{A}^{k'}]^2. \quad (40)$$

اگر l یک باشد، شاخصها ی پریمدار (شاخص A و شاخص اول X) حذف میشود. در این حالت میشود هم ان شاخصها ی ساده را به کار برد. (33) تا (35) میشوند

$$\bar{A} = \frac{C^{-1}(s, y)}{C^{-1}(s, s)}. \quad (41)$$

$$es\{E[(\bar{A} - \hat{A})^2]\} = \frac{C^{-1}[y - \bar{A}s, y - \bar{A}s]}{(n-1)C^{-1}(s, s)}. \quad (42)$$

تعریف میکنم

$$me(y) = \frac{C^{-1}(s, y)}{C^{-1}(s, s)}. \quad (43)$$

$$va(y) = \frac{C^{-1}\{y - [me(y)]s, y - [me(y)]s\}}{C^{-1}(s, s)}. \quad (44)$$

رابطه ی اخیر را میشود چنین نوشت.

$$va(y) = \frac{[C^{-1}(s, s)][C^{-1}(y, y)] - [C^{-1}(s, y)]^2}{[C^{-1}(s, s)]^2}. \quad (45)$$

به این ترتیب (41) و (42) میشوند

$$\bar{A} = me(y). \quad (46)$$

$$es\{E[(\bar{A} - \hat{A})^2]\} = \frac{va(y)}{(n-1)}. \quad (47)$$

سرانجام، اگر l یک باشد و سنجشها هم مستقل از هم و با خطای یکسان باشند،

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum_i y^i. \quad (48)$$

$$es(\sigma^2) = \frac{1}{n-1} \sum_i (y^i - \bar{A})^2. \quad (49)$$

$$es\{E[(\bar{A} - \hat{A})^2]\} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_i (y^i - \bar{A})^2. \quad (50)$$

3 برآزش یک خط به یک دسته داده

در این حالت $(\ell - 1)$ مختصه اند، که هر کدام تابع یک-مختصه ی باقیمانده و 2 پارامترند. پس،

$$\varpi = 2. \quad (51)$$

$$\kappa = 1. \quad (52)$$

$$m = 2(\ell - 1). \quad (53)$$

$$\eta = (\ell - 1)n. \quad (54)$$

$$\eta - m = (\ell - 1)(n - 2). \quad (55)$$

$$\phi = n + 2(\ell - 1). \quad (56)$$

قیدها میشوند

$$Q^{(p', i'')}(\mathbf{A}, \mathbf{X}) = X^{(p', i'')} - A^{(p', 1)} - A^{(p', 2)} X^{(\ell, i'')}. \quad (57)$$

این قیدها به سادگی حل میشوند. متغیرهای مستقل را میشود $X^{(\ell, i'')}$ ها و متلفها ی \mathbf{A} گرفت. شاخصها را سادتر میکنم و تعریف میکنم

$$G^p = A^{(p, 1)}. \quad (58)$$

$$U^p = A^{(p, 2)}. \quad (59)$$

$$\Xi^i = X^{(\ell, i)}. \quad (60)$$

و قیدها میشوند

$$Q^{(p, i)}(\mathbf{G}, \mathbf{U}, \Xi, \mathbf{X}) = X^{(p, i)} - G^p - U^p \Xi^i. \quad (61)$$

شاخصها ی اول و دوم X در، به ترتیب، $\{1, \dots, \ell - 1\}$ و $\{1, \dots, n\}$ مقدار میگیرند. تابع ی که باید بیشینه شود Υ است:

$$\begin{aligned} \Upsilon(\mathbf{g}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\xi}) = & -\frac{1}{2} C_{(p,i)(q,j)}^{-1} [y^{(p,i)} - g^p s^i - u^p \xi^i] [y^{(q,j)} - g^q s^j - u^q \xi^j] \\ & - F_{(p,i)j} [y^{(p,i)} - g^p s^i - u^p \xi^i] (z^j - \xi^j) \\ & - \frac{1}{2} H_{ij} (z^i - \xi^i) (z^j - \xi^j), \end{aligned} \quad (62)$$

که Z مقدار سنجیده-شده برای Ξ است، و

$$F_{(p,i)j} = C_{(p,i)(\ell,j)}^{-1}. \quad (63)$$

$$H_{ij} = C_{(\ell,i)(\ell,j)}^{-1}. \quad (64)$$

اگر خطا ی سنجش Ξ (متغیرها ی مستقل خط) ناچیز باشد، مقادارها ی سنجیده-شده برای Ξ را میشود با Ξ یکی گرفت. یعنی میشود Z را با Ξ یکی گرفت. در این حالت جملهها ی دوم و سوم در (62) حذف میشوند و (62) به این شکل در میآید.

$$\Upsilon(\mathbf{g}, \mathbf{u}) = -\frac{1}{2} C_{(p,i)(q,j)}^{-1} [y^{(p,i)} - g^p s^i - u^p z^i] [y^{(q,j)} - g^q s^j - u^q z^j]. \quad (65)$$

اگر فضا دُ-بُعدی باشد (خط در صفحه)، شاخص اول X حذف میشود و (62) میشود

$$\begin{aligned} \Upsilon(\mathbf{g}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\xi}) = & -\frac{1}{2} C_{ij}^{-1} (y^i - g s^i - u \xi^i) (y^j - g s^j - u \xi^j) \\ & - F_{ij} (y^i - g s^i - u \xi^i) (z^j - \xi^j) - \frac{1}{2} H_{ij} (z^i - \xi^i) (z^j - \xi^j). \end{aligned} \quad (66)$$

3.1 خط در صفحه، با خطا-ی-سنجش ناچیز در متغیرها ی مستقل

در این صورت Ξ هم ان Z است، و شاخص اول X هم حذف میشود. (62) میشود

$$\Upsilon(\mathbf{g}, \mathbf{u}) = -\frac{1}{2} C_{ij}^{-1} (y^i - g s^i - u z^i) (y^j - g s^j - u z^j). \quad (67)$$

معادلات بیشینه-ساز Υ میشوند

$$[C^{-1}(\mathbf{s}, \mathbf{s})] \bar{g} + [C^{-1}(\mathbf{s}, \mathbf{z})] \bar{u} = C^{-1}(\mathbf{s}, \mathbf{y}), \quad (68)$$

$$[C^{-1}(\mathbf{s}, \mathbf{z})] \bar{g} + [C^{-1}(\mathbf{z}, \mathbf{z})] \bar{u} = C^{-1}(\mathbf{z}, \mathbf{y}), \quad (69)$$

که نتیجه میدهند

$$\begin{aligned}\bar{g} &= \frac{[C^{-1}(z, z)] [C^{-1}(s, y)] - [C^{-1}(s, z)] [C^{-1}(z, y)]}{[C^{-1}(s, s)] [C^{-1}(z, z)] - [C^{-1}(s, z)]^2}, \\ &= \frac{[C^{-1}(z, z)] [C^{-1}(s, y)] - [C^{-1}(s, z)] [C^{-1}(z, y)]}{[C^{-1}(s, s)]^2 [va(z)]}.\end{aligned}\quad (70)$$

$$\begin{aligned}\bar{u} &= \frac{[C^{-1}(s, s)] [C^{-1}(z, y)] - [C^{-1}(s, z)] [C^{-1}(s, y)]}{[C^{-1}(s, s)] [C^{-1}(z, z)] - [C^{-1}(s, z)]^2}, \\ &= \frac{[C^{-1}(s, s)] [C^{-1}(z, y)] - [C^{-1}(s, z)] [C^{-1}(s, y)]}{[C^{-1}(s, s)]^2 [va(z)]}.\end{aligned}\quad (71)$$

با تعریف

$$\begin{aligned}co(z, y) &= \frac{C^{-1}\{z - [me(z)] s, y - [me(y)] s\}}{C^{-1}(s, s)}, \\ &= \frac{[C^{-1}(s, s)] [C^{-1}(z, y)] - [C^{-1}(s, z)] [C^{-1}(s, y)]}{[C^{-1}(s, s)]^2},\end{aligned}\quad (72)$$

رابطه ی (71) میشود

$$\bar{u} = \frac{co(z, y)}{va(z)}.\quad (73)$$

همچنین،

$$\frac{\partial \bar{g}}{\partial y^i} = \frac{[C^{-1}(z, z)] C_{ij}^{-1} s^j - [C^{-1}(s, z)] C_{ij}^{-1} z^j}{[C^{-1}(s, s)]^2 [va(z)]}.\quad (74)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial y^i} = \frac{[C^{-1}(s, s)] C_{ij}^{-1} z^j - [C^{-1}(z, s)] C_{ij}^{-1} s^j}{[C^{-1}(s, s)]^2 [va(z)]}.\quad (75)$$

به این ترتیب،

$$E[(\bar{g} - \hat{g})^2] = \frac{C^{-1}(z, z)}{[C^{-1}(s, s)]^2 [va(z)]}.\quad (76)$$

$$E[(\bar{g} - \hat{g})(\bar{u} - \hat{u})] = \frac{-me(z)}{[C^{-1}(s, s)] [va(z)]}.\quad (77)$$

$$E[(\bar{u} - \hat{u})^2] = \frac{1}{[C^{-1}(s, s)] [va(z)]}.\quad (78)$$

تعریف میکنم

$$P = G + U [me(z)].\quad (79)$$

کمیت P عرض خط به ازای میانگین طول است. رابطها ی (76) و (77) میشوند

$$E[(\bar{p} - \hat{p})^2] = \frac{1}{C^{-1}(s, s)}. \quad (80)$$

$$E[(\bar{p} - \hat{p})(\bar{u} - \hat{u})] = 0. \quad (81)$$

رابطه ی (12) برای تخمین خط میشود

$$es[C^{-1}(y - \bar{g}s - \bar{u}z, y - \bar{g}s - \bar{u}z)] = n - 2. \quad (82)$$

از (68) و (69) دیده میشود

$$C^{-1}(s, \bar{g}s + \bar{u}z) = C^{-1}(s, y). \quad (83)$$

$$C^{-1}(z, \bar{g}s + \bar{u}z) = C^{-1}(z, y). \quad (84)$$

به این ترتیب (82) میشود

$$es[C^{-1}(y, y) - C^{-1}(\bar{g}s + \bar{u}z, y)] = n - 2. \quad (85)$$

تعریف میکنم

$$re(z, y) = \frac{co(z, y)}{\sqrt{[va(z)][va(y)]}}. \quad (86)$$

نتیجه میشود

$$\begin{aligned} C^{-1}(y - \bar{g}s - \bar{u}z, y) &= \frac{[C^{-1}(s, s)] \{ [va(z)][va(y)] - [co(z, y)]^2 \}}{va(z)}, \\ &= [C^{-1}(s, s)] [va(y)] \{ 1 - [re(z, y)]^2 \}, \end{aligned} \quad (87)$$

و رابطه ی (85) میشود

$$es\left([C^{-1}(s, s)] [va(y)] \{ 1 - [re(z, y)]^2 \}\right) = n - 2. \quad (88)$$

این را در (76) تا (78) میگذارم:

$$es\{E[(\bar{g} - \hat{g})^2]\} = \frac{1 - [re(z, y)]^2}{n - 2} \frac{va(y)}{va(z)} \frac{C^{-1}(z, z)}{C^{-1}(s, s)}. \quad (89)$$

$$es\{E[(\bar{g} - \hat{g})(\bar{u} - \hat{u})]\} = \frac{1 - [re(z, y)]^2}{n - 2} \frac{va(y)}{va(z)} \frac{-C^{-1}(s, z)}{C^{-1}(s, s)}. \quad (90)$$

$$es\{E[(\bar{u} - \hat{u})^2]\} = \frac{1 - [re(z, y)]^2}{n - 2} \frac{va(y)}{va(z)}. \quad (91)$$

رابطه‌ها ی (80) و (81) هم میشوند

$$es\{E[(\bar{p} - \hat{p})^2]\} = \frac{1 - [re(z, \mathbf{y})]^2}{n - 2} [va(\mathbf{y})]. \quad (92)$$

$$es\{E[(\bar{p} - \hat{p})(\bar{u} - \hat{u})]\} = 0. \quad (93)$$

یک حالت ساده این است که خطای سنجش متلفها ی \mathbf{Y} یکسان و مستقل از هم باشد:

$$C^{ij} = \sigma^2 \delta^{ij}. \quad (94)$$

میانگین ساده ی کمیت $\bar{\mathbf{Q}}$ را با $\langle \bar{\mathbf{Q}} \rangle$ نشان میدهم و آن را چنین تعریف میکنم.

$$\langle \mathbf{Q} \rangle = \frac{1}{n} \sum_i \mathbf{Q}^i. \quad (95)$$

در این حالت،

$$me(\mathbf{Q}) = \langle \bar{\mathbf{Q}} \rangle. \quad (96)$$

$$\begin{aligned} va(\mathbf{Q}) &= \langle [|\mathbf{Q} - \langle \mathbf{Q} \rangle \mathbf{s}|^2] \rangle, \\ &= \langle [|\mathbf{Q}|^2] \rangle - \langle \mathbf{Q} \rangle^2. \end{aligned} \quad (97)$$

$$\begin{aligned} co(\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2) &= \langle [|\mathbf{Q}_1 - \langle \mathbf{Q}_1 \rangle \mathbf{s}| [|\mathbf{Q}_2 - \langle \mathbf{Q}_2 \rangle \mathbf{s}|] \rangle, \\ &= \langle \mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_2 \rangle - \langle \mathbf{Q}_1 \rangle \langle \mathbf{Q}_2 \rangle. \end{aligned} \quad (98)$$

تخمین پارامترها میشود.

$$\bar{g} = \frac{\langle \mathbf{z}^2 \rangle \langle \mathbf{y} \rangle - \langle \mathbf{z} \rangle \langle \mathbf{z} \mathbf{y} \rangle}{va(\mathbf{z})}. \quad (99)$$

$$\bar{u} = \frac{\langle \mathbf{z} \mathbf{y} \rangle - \langle \mathbf{z} \rangle \langle \mathbf{y} \rangle}{va(\mathbf{z})}. \quad (100)$$

تخمین خطاها هم میشود

$$es\{E[(\bar{g} - \hat{g})^2]\} = \frac{1 - [re(z, \mathbf{y})]^2}{n - 2} \frac{va(\mathbf{y})}{va(\mathbf{z})} \langle \mathbf{z}^2 \rangle. \quad (101)$$

$$es\{E[(\bar{g} - \hat{g})(\bar{u} - \hat{u})]\} = \frac{1 - [re(z, \mathbf{y})]^2}{n - 2} \frac{va(\mathbf{y})}{va(\mathbf{z})} (-\langle \mathbf{z} \rangle). \quad (102)$$

$$es\{E[(\bar{u} - \hat{u})^2]\} = \frac{1 - [re(z, \mathbf{y})]^2}{n - 2} \frac{va(\mathbf{y})}{va(\mathbf{z})}. \quad (91)$$

4 پانوشتها

[1] محمد خرمی؛ «برازش، تخمین، نایقینی I»؛ (2015/07/30) X1-109