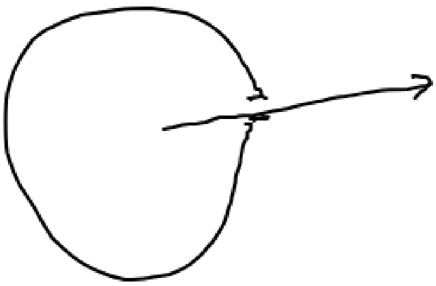


تابش جسم سیاه :

کاواک با یک روزنه‌ی ریز

تابش خروجی تابع فقط دما

در طول موج‌های مختلف تابش هست :

$$\frac{dI}{d\lambda}$$

شدت تابش با طول موج‌های در یک ناحیه به پهنای $\Delta\lambda$: $\frac{dI}{d\lambda}\Delta\lambda$

شدت = توان بر مساحت .

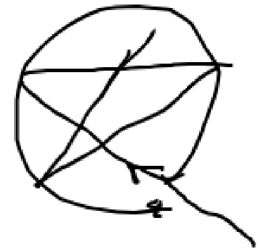
کیفی: جسمی (از نزدیکی سیاه) که گرم شود تابش می‌کند

* هرچه دما بیشتر شود، تابش بیشتر می‌شود و به سوی طول موج‌های کوتاه‌تر می‌رود: فروسرخ ← سرخ ← زرد ← آبی ← فرابنفش

تابش‌های لامپ و جسم‌های مختلف مشابه‌اند و به ویژگی‌های اجسام هم وابسته است.

برخلاف تابش جسم سیاه (مستقل از جسم)

کاواک با روزنه‌ای از



جسم سیاه: روزنه: نوری که وارد روزنه بشود برنمی‌گردد: پس از بازتابها و جذب‌های متوالی عملاً حذف میشه.

همین جسم سیاه (روزنه) وقتی گرم بشود، تابش می‌کند.

بستگی تابع $\frac{dI}{d\lambda}$ به دما (T) مقیاسی است:

$T \to \alpha T$

عرض تابع در راستای محور λ در α^{-1}

و در راستای محور $\frac{dI}{d\lambda}$ در α^{5} ضرب میشود

جای قله در α^{-1} و مساحت زیر نمودار در α^{4} ضرب میشود.

مدل برای این نوع هدایت تجربی:

یک نقطه‌ی شروع: به‌جای الکترون‌ها، سیستم مجموعه‌ای از نوسانگرهای هماهنگ است.

به هر نوسانگر یک میانگین انرژی (تابع دما) نسبت داده می‌شود. $\Leftarrow$ U انرژی کل درونی

$\frac{U}{V}$ چگالی حجمی انرژی کل درونی با شدت I رابطه دارد.

$$I = \frac{1}{4}\left(\frac{U}{V}\right)\langle|\vec{v}|\rangle$$

شدت

$$\frac{\text{تعداد ذرات}}{\text{زمان سطح}} = \frac{1}{4}\left(\frac{N}{V}\right)\langle|\vec{v}|\rangle$$

$$\langle|\vec{v}|\rangle = c \Leftarrow |\vec{v}| = c$$ برای نور

$$I = \frac{1}{4}\frac{U}{V}c$$

$$\frac{dI}{d\lambda} = \frac{c}{4V}\frac{dU}{d\lambda}$$ برای نوشتن بر حسب طول موج

$$\frac{dU}{d\nu} = \rho(\nu)\,\varepsilon(\nu)$$

$\rho(\nu)$: چگالی وجوه.

$\rho(\nu)\,\Delta\nu =$ تعداد وجوه‌های (نوسانگرهای) با طول موج در ناحیه‌ی $\Delta\nu$

$\varepsilon(\nu) =$ میانگین انرژی (وابسته به دما)

شمارش تعداد وجه‌ها:

تعداد وجه‌ها هر بردار موج در ناحیه‌ی $d^D k$

$$\frac{V\, d^D k}{(2\pi)^D} \times \nu$$

قطبش‌های مستقل

تعداد مدهای متناظر با درجات آزادی درونی

میدان الکترومغناطیسی: تعداد قطبش‌های مستقل:

$D = 3 \qquad \nu = 2$

$$2\,\frac{V\,d^3k}{(2\pi)^3} = 2\,\frac{V\,k^2dk}{(2\pi)^3}\,d\Omega \xrightarrow{\text{انتگرال بر }\Omega}$$

$$= \frac{8\pi V\, k^2 dk}{(2\pi)^3}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\left|\frac{dk}{d\lambda}\right| = \frac{2\pi d\lambda}{\lambda^2}$$

$$= 8\pi V \frac{(2\pi)^3\, d\lambda}{(2\pi)^3\,\lambda^4} = 8\pi V \frac{d\lambda}{\lambda^4} = \rho(\lambda)\,d\lambda$$

$$\rho(\lambda) = \frac{8\pi V}{\lambda^4}$$

? $\varepsilon(\lambda)$

$$\frac{dI}{d\lambda} = \frac{c}{4V}\, \rho(\lambda)\, \varepsilon(\lambda)$$

$$\rho(\lambda) = \frac{8\pi V}{\lambda^4} \qquad \frac{dI}{d\lambda} = \frac{2\pi c}{\lambda^4}\, \varepsilon(\lambda)$$

$$\varepsilon(\lambda) = k_B T$$

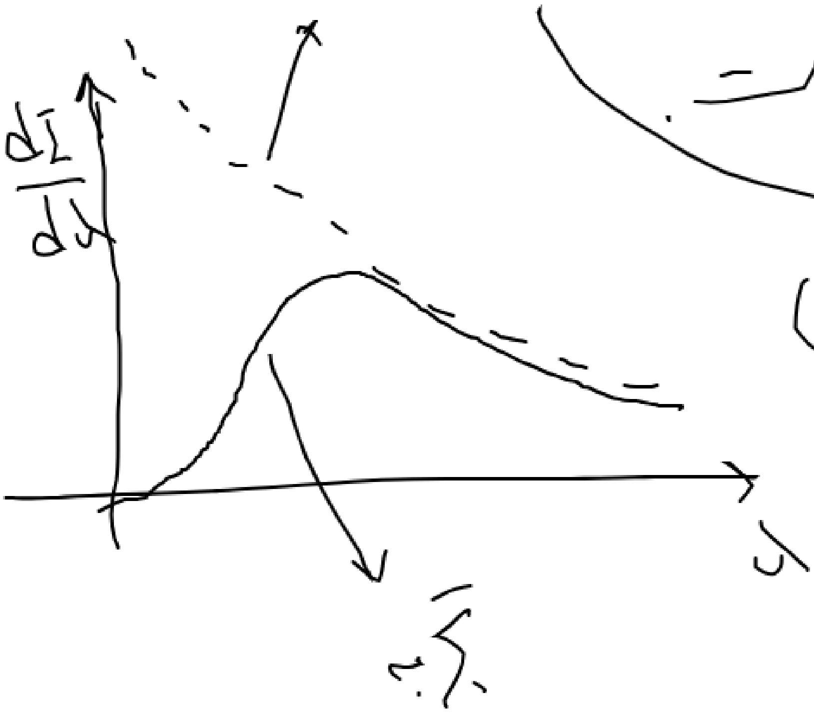
کلاسیک!

هر نوسان 2 درجه‌ی آزادی داره میدونی

کلاسیک :

$$\frac{dI}{d\lambda} = \frac{2\pi c}{\lambda^4} k_B T$$

به وضوح با تجربه ناسازگار است.



واگرا می‌شه ([illegible])

I بی‌نهایت است.

(به خاطر λهای کوچک)

فاجعه فرابنفش.

$\frac{dI}{d\lambda}$ در طول موج‌های بزرگ با تجربه منطبق شد.

یک پارامتر دستی تجربی

$$\frac{dI}{d\lambda} = \frac{2\pi c}{\lambda^4}(k_B T)\, e^{-\frac{b}{\lambda}}$$

b مستقل از λ تابع T

$\frac{\lambda}{b} = s$

$$I = 2\pi c\, k_B T \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\lambda^4} e^{-\frac{b}{\lambda}} = \frac{2\pi c\, k_B T}{b^3} \int_0^\infty \frac{ds\, e^{-\frac{1}{s}}}{s^4}$$

اگر b با عکس دما متناسب باشد، $I \propto T^4$ قانون استفان-بولتزمان

$$\frac{dI}{d\nu} = \underbrace{\frac{2\pi c\, k_B T}{b^4}}_{\text{ضریب ثابت}} \left(\frac{b}{\nu}\right)^4 e^{-\frac{b}{\nu}}$$

مشتق نسبت به ν صفر شود

$$f\left(\frac{\nu_0}{b}\right) = 0$$

$\frac{\nu_0}{b} =$ عدد ثابت

(مستقل از همه چیز)

در صفر شدن

مشتق

$$\nu_0 \propto b$$

اگر b با عکس دما متناسب باشد $\nu_0 \propto \frac{1}{T}$ قانون ویلهلم وین.

ضریب $e^{-\frac{b}{\lambda}}$ سازگاری را بهتر میکنه ولی باز هم خوب نمیکنه.

این ضریب از کجا میاد (نقطه‌ای)

مشاهده: تبدیل

$$e^{-\frac{b}{\lambda}} \longrightarrow \frac{\frac{b}{\lambda}}{e^{\frac{b}{\lambda}}-1}$$

سازگاری مدل با تجربه را بسیار خوب میکنه.

مدل سازگار با تجربه:

$$\frac{dI}{d\lambda} = \frac{2\pi c k_B T}{\lambda^4}\,\frac{\frac{b}{\lambda}}{e^{\frac{b}{\lambda}}-1}$$

سازگاری با تجربی است.

از کجا می‌آید؟

از $\rho(\nu)$ دست نخورده

$\varepsilon(\nu)$ عوض شده:

$$\varepsilon(\nu): \quad k_B T \longrightarrow \frac{k_B T \frac{b}{\nu}}{e^{\frac{b}{\nu}} - 1}$$

$$k_B T \longrightarrow \frac{k_B T \frac{b}{\nu}}{e^{\frac{b}{\nu}} - 1}$$

$$\varepsilon = -\frac{\partial}{\partial\beta}(\ln Z) = \frac{\frac{b k_B T}{\nu}}{e^{\frac{b}{\nu}} - 1} \qquad b \propto \beta$$

$$\frac{\partial}{\partial\beta} = \frac{b}{\beta}\frac{\partial}{\partial b}$$

$$-\frac{\partial(\ln Z)}{\partial b} = \frac{1}{\nu}\frac{1}{e^{\frac{b}{\nu}} - 1}$$

$$\ln Z = -\int \frac{db}{\nu}\frac{1}{e^{\frac{b}{\nu}} - 1} = -\int \frac{db\, e^{-\frac{b}{\nu}}}{\nu\left(1 - e^{-\frac{b}{\nu}}\right)}$$

$$\ln Z = -\ln\left(1 - e^{-\frac{b}{\nu}}\right)$$

$$Z = \frac{1}{1-e^{-\frac{b}{\lambda}}} = \sum_n e^{-\beta E_n}$$ بجای $\frac{b}{\beta}$

$$= \frac{1}{1-e^{-\frac{b}{\beta\lambda}\beta}} = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta n \frac{b}{\beta\lambda}}$$

$$E_n = n\frac{b}{\beta\lambda}$$ برای یک نوسانگر

نمودار تابش جسم سیاه، و تعداد حالت ها بر حسب ... (۵ بار)

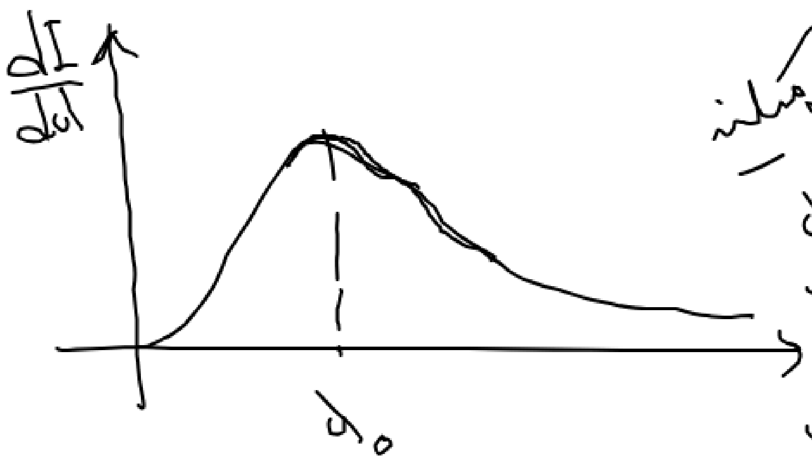
$\nu = \frac{c}{\lambda}$ $\qquad E_n = n\frac{b}{\beta c} f$ $\qquad \frac{b}{\beta} =: hc$

تابش جسم سیاه + ثابت دانستن تعداد حالت‌ها

$\Longrightarrow \quad E_n = nhf$ (با کمک نظریه جنبشی اتمی)

h ثابت پلانک.

ویژگی‌هایی که این تابش جسم سیاه دارند.



طول موجی که $\frac{dI}{d\lambda}$ بیشینه می‌شود

$$\lambda_0 = \frac{C}{T}$$

C: ثابت

ویلهلم وین

قانون ویلهلم وین

$$I = \int_0^\infty \frac{dI}{d\lambda} d\lambda = \sigma T^4$$

σ: ثابت اشتفان-بلتسمان

$I = \sigma T^4$: قانون اشتفان-بلتسمان