$$x = a(\varphi - \sin\varphi) \qquad y = a(1 - \cos\varphi)$$

$$r = \hat{i}\,x + \hat{j}\,y$$

$$\frac{dx}{d\varphi} = a(1 - \cos\varphi) \geq 0$$

$x$ با افزایش $\varphi$ زیاد میشود

$$\frac{dy}{d\varphi} = a\sin\varphi \begin{cases} \geq 0, & 0 \leq \varphi \leq \pi \\ \leq 0, & \pi \leq \varphi \leq 2\pi \\ \geq 0, & 2\pi \leq \varphi \leq 3\pi \end{cases}$$

$y(\varphi + 2\pi) = y(\varphi)$ ، $y$ بر حسب $\varphi$ [illegible]

$$x(\varphi+2\pi) = 2\pi a + x(\varphi)$$

$x$ برحسب $\varphi$ دوری نیست.

شکل منحنی برای $2\pi \le \varphi \le 4\pi$، همان شکل منحنی برای $0 \le \varphi \le 2\pi$ است، که به اندازه‌ی $(2\pi)$ به سوی راست منتقل شده. نقاط ماکزیمم منحنی:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{d\varphi}\,\frac{d\varphi}{dx} = \frac{\frac{dy}{d\varphi}}{\frac{dx}{d\varphi}}$$

$y$ بیشینه یا کمینه:

مهم: صورت = ۰، مخرج صفر
یا بینهایت

$\frac{dx}{d\varphi}$ و $\frac{dy}{d\varphi}$ را تعیین علامت کنیم. ابتدا صفر می‌کنیم.

$\frac{dx}{d\varphi} = 0 \qquad 1 - \cos\varphi = 0 \qquad \varphi = 2k\pi$

$\varphi = 0$ یا $(2\pi)$     برای $\varphi$ بین $0$ , $(2\pi)$ :

---

$\frac{dy}{d\varphi} = 0 \qquad \sin\varphi = 0 \qquad \varphi = l\pi$

$\varphi = 0, \pi, (2\pi)$     برای $\varphi$ بین $0$ , $2\pi$ :

$\varphi = \pi : \quad \frac{dy}{dx} = 0 \qquad x = \pi a \qquad y = 2\pi$

$\pi \le \varphi \le 2\pi \quad \frac{dy}{d\varphi} \le 0$

$\frac{dx}{d\varphi} \ge 0 \quad \frac{dy}{dx} \le 0$ y بر حسب x نزولی

$0 \le \varphi \le \pi \quad \frac{dx}{d\varphi} , \frac{dy}{d\varphi} \ge 0 \quad \frac{dy}{dx} \ge 0$ y بر حسب x صعودی

$y$ برحسب $x$، از $\varphi=0$ تا $\varphi=\pi$ صعودی و از $\varphi=\pi$ تا $\varphi=2\pi$ نزولی است.

$$\varphi=0 : \quad x=0 , \quad y=0$$

$$\varphi=2\pi : \quad x=2\pi a , \quad y=0$$

---

$\varphi=0$ تا $\varphi=\pi$ $\qquad \dfrac{dx}{d\varphi}=0 \qquad \dfrac{dy}{d\varphi}=0$

$$\lim_{\varphi\to 0}\frac{dy}{dx}=\lim_{\varphi\to 0}\frac{dy/d\varphi}{dx/d\varphi}=\lim_{\varphi\to 0}\frac{\sin\varphi}{1-\cos\varphi}$$

هُپیتال:

$$=\lim_{\varphi\to 0}\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}=\infty \qquad \lim_{\varphi\to 0^+}\frac{dy}{dx}=+\infty$$

$$\lim_{\varphi\to 0^-}\frac{dy}{dx}=-\infty$$

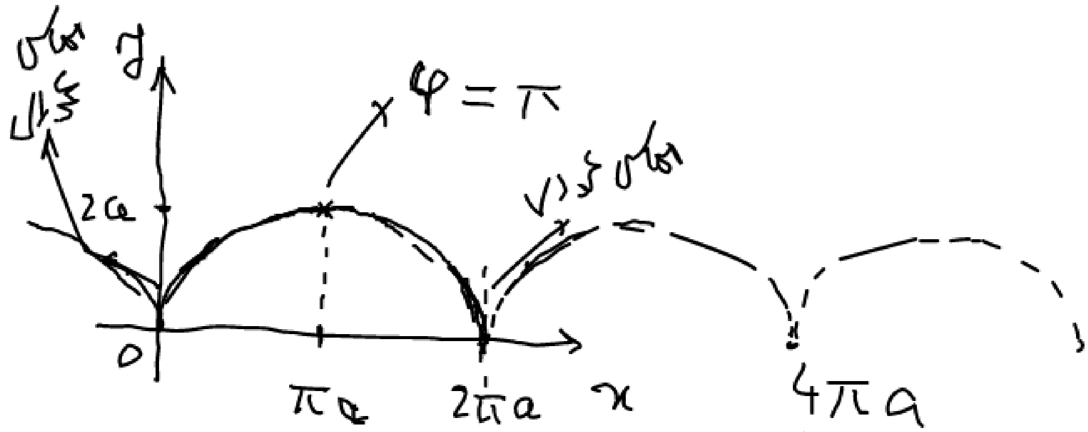
حال به ازای $\varphi = 2\pi$

$$\lim_{\varphi \to (2\pi)^-} \frac{dy}{dx} = -\infty$$

$$\varphi \to 0^+ \;:\; x \to 0^+$$

$$\lim_{\varphi \to (2\pi)^+} \frac{dy}{dx} = +\infty$$

$$\varphi \to (2\pi)^- \;:\; x \to (2\pi a)^-$$




طاق‌های مختلف نمودار یکسان‌اند؛ فقط به اندازه‌ی مضرب صحیحی از $(2\pi a)$ نسبت به هم منتقل شده‌اند (در راستای محور $x$)

سرعت:

$$v = \frac{dr}{d\varphi} = a\left[\hat{x}\,(1-\cos\varphi) + \hat{y}\sin\varphi\right]$$

$$\|v\|^2 = a^2\left[(1-\cos\varphi)^2 + \sin^2\varphi\right] = a^2(2-2\cos\varphi)$$

$$1-\cos\varphi = 2\sin^2\frac{\varphi}{2}$$

$$\|v\|^2 = 4a^2\sin^2\frac{\varphi}{2}$$

$$\|v\| = 2a\left|\sin\frac{\varphi}{2}\right|$$

$$0 \le \varphi \le 2\pi : \qquad \|v\| = 2a\sin\frac{\varphi}{2}$$

$$2\pi \le \varphi \le 4\pi : \qquad \|v\| = -2a\sin\frac{\varphi}{2}$$

$$\hat{v} = \frac{v}{\|v\|}$$

$$\hat{v} = \hat{x}\,\frac{1-\cos\varphi}{\left|2\sin\frac{\varphi}{2}\right|} + \hat{y}\,\frac{\sin\varphi}{\left|2\sin\frac{\varphi}{2}\right|}$$

$$1-\cos\varphi = 2\sin^2\frac{\varphi}{2} = 2\left|\sin\frac{\varphi}{2}\right|^2$$

$$\sin\varphi = 2\sin\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{2}$$

$$\hat{v} = \hat{x}\left|\sin\frac{\varphi}{2}\right| + \hat{y}\left(\cos\frac{\varphi}{2}\right)\operatorname{sgn}\left(\sin\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\operatorname{sgn}(\alpha) = \frac{\alpha}{|\alpha|} \qquad \varphi \to 0^+ \quad \hat{v} \to \hat{y}$$

$$\varphi \to 0^- \quad \hat{v} \to -\hat{y}$$

$\underset{0^-}{\downarrow} \longrightarrow \underset{0^+}{\uparrow}$

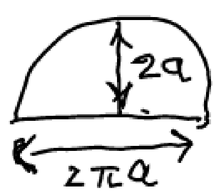
$$\hat{v} = \left[\operatorname{sgn}\left(\sin\frac{\varphi}{2}\right)\right]\left(\hat{x}\sin\frac{\varphi}{2} + \hat{y}\cos\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\|v\| = \frac{ds}{d\varphi} = 2a\left|\sin\frac{\varphi}{2}\right|$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi\,\frac{ds}{d\varphi} = 2a\int_0^{2\pi} d\varphi\left|\sin\frac{\varphi}{2}\right|$$ طول یک طاق چ:

$$= 2a\int_0^{2\pi} d\varphi\,\sin\frac{\varphi}{2} = -4a\cos\frac{\varphi}{2}\Big|_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi}$$

$$= -4a\left[-1-1\right] = 8a$$




$$2\pi a \neq 2(2a)$$ طاق‌ها نیمدایره نیستند

$$\hat{v} = \big[\underbrace{\mathrm{sgn}\left(\sin\tfrac{\varphi}{2}\right)}_{\pm 1}\big]\left(\hat{x}\sin\frac{\varphi}{2} + \hat{y}\cos\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\frac{d\hat{v}}{ds} = k\hat{n} \qquad k = \frac{1}{R}$$

$k$ → تقوس (انحنا)

$R$ → نصف تقوس (انحنا)

$$\frac{d\hat{v}}{ds} = \frac{d\varphi}{ds}\,\frac{d\hat{v}}{d\varphi} \qquad \frac{ds}{d\varphi} = \|v\| = 2a\left|\sin\frac{\varphi}{2}\right|$$

$$= \frac{\mathrm{sgn}\left(\sin\frac{\varphi}{2}\right)}{2a\left|\sin\frac{\varphi}{2}\right|} \times \frac{1}{2}\underbrace{\left(\hat{x}\cos\frac{\varphi}{2} - \hat{y}\sin\frac{\varphi}{2}\right)}_{\|\;\;\| = 1}, \quad \sin\frac{\varphi}{2} \neq 0$$

$$k = \left\|\frac{d\hat{v}}{ds}\right\| = \left|\frac{\mathrm{sgn}\left(\sin\frac{\varphi}{2}\right)}{4a\left|\sin\frac{\varphi}{2}\right|}\right| = \frac{1}{4a\left|\sin\frac{\varphi}{2}\right|}$$

$$\frac{d\hat{v}}{ds} = \frac{\operatorname{sgn}\left(\sin\frac{\varphi}{2}\right)}{4a\left|\sin\frac{\varphi}{2}\right|}\left(\hat{x}\cos\frac{\varphi}{2} - \hat{y}\sin\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{4a\sin\frac{\varphi}{2}}\left(\hat{x}\cos\frac{\varphi}{2} - \hat{y}\sin\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\frac{d\hat{v}}{ds} = \kappa\,\hat{n} \qquad \kappa = \frac{1}{4a\left|\sin\frac{\varphi}{2}\right|}$$

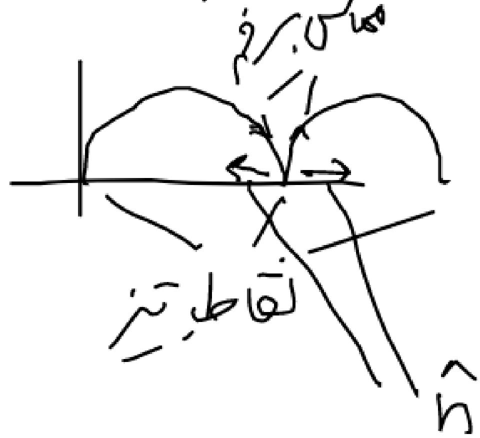
$$\hat{n} = \left[\operatorname{sgn}\left(\sin\frac{\varphi}{2}\right)\right]\left(\hat{x}\cos\frac{\varphi}{2} - \hat{y}\sin\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$R = 4a\left|\sin\frac{\varphi}{2}\right|$$

جاهایی که $\sin\frac{\varphi}{2}=0$، بردار یکه مماس بر خم، بردار یکه عمود بر خم یکباره قرینه می‌شوند.

شعاع خمش صفر (و خمیدگی بینهایت) میشود.

این جاها: ($\sin\frac{\varphi}{2} = 0$) نقاط تیز خم اند



$$\frac{d\hat{n}}{ds} = ? \qquad \hat{n}\cdot\hat{n} = 1 \Rightarrow 2\hat{n}\cdot\frac{d\hat{n}}{ds} = 0$$

$$\frac{d\hat{n}}{ds} \perp \hat{n} \qquad \hat{n}\cdot\hat{v} = 0$$

$$\frac{d\hat{v}}{ds} = \kappa\hat{n} \qquad \hat{v}\cdot\hat{v} = 1 \Rightarrow 2\hat{v}\cdot\frac{d\hat{v}}{ds} = 0$$

$$\hat{n}\cdot\hat{v} = 0 \qquad \frac{d\hat{n}}{ds}\cdot\hat{v} + \hat{n}\cdot\frac{d\hat{v}}{ds} = 0$$

$$\frac{d\hat{n}}{ds}\cdot\hat{v} + \kappa\,\hat{n}\cdot\hat{n} = 0 \qquad \hat{v}\cdot\frac{d\hat{n}}{ds} = -\kappa$$

$$\hat{n}\cdot\frac{d\hat{n}}{ds} = 0 \qquad \hat{v}\cdot\frac{d\hat{n}}{ds} = -\kappa$$

$\hat{v}$ و $\hat{n}$ ناصفر و برهم عمودند، پس خطی مستقل اند.

در صفحه (بُعدِ فضا 2) $\hat{v}$ و $\hat{n}$ یک پایه‌اند.

$$\frac{d\hat{n}}{ds} = \alpha \hat{v} + \beta \hat{n}$$

$$0 = \hat{n} \cdot \frac{d\hat{n}}{ds} = \alpha \overbrace{(\hat{n} \cdot \hat{v})}^{0} + \beta \overbrace{(\hat{n} \cdot \hat{n})}^{1} = \beta$$

$$\beta = 0$$

$$\hat{v} \cdot \frac{d\hat{n}}{ds} = \alpha \overbrace{(\hat{v} \cdot \hat{v})}^{1} + \beta \overbrace{(\hat{v} \cdot \hat{n})}^{0} = \alpha = -\kappa$$

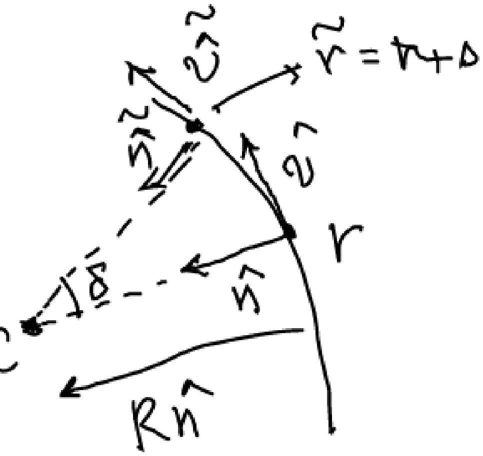
$$\alpha = -\kappa$$

برای خم‌های در صفحه:

$$\hat v = \frac{dr}{ds}$$

$$\frac{d\hat v}{ds} = k\hat n = \frac{\hat n}{R}$$

$$\frac{d\hat n}{ds} = -k\hat v = -\frac{\hat v}{R}$$




مرکز دایره (ای گرتوم

(مشتق دوم با خم در نقطه‌ی $r$ یکسان است)

$(\tilde n, \tilde v)$، مماس و عمود یکه در $\tilde r$، همان $(\hat v, \hat n)$ است که چرخیده است.

$\delta = \frac{\Delta s}{R} + \cdots = k\,\Delta s \longrightarrow$ همان که از مشتق به دست می‌آید

اگر خم در صفحه جا نشه، مثلاً یک مارپیچ

چه تغییراتی هست؟

$$v = \frac{dr}{dt}$$

پارامتر، لازم نیست زمان باشه.

عوض نمی‌شه

$$\|v\| = \frac{ds}{dt} \qquad \hat{v} = \frac{dr}{ds} \qquad v = \hat{v}\,\|v\|$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{ds}\frac{ds}{dt}$$

$$\frac{d\hat{v}}{ds} = k\,\hat{n} = \frac{\hat{n}}{R} \qquad k = \left\|\frac{d\hat{v}}{ds}\right\| = \frac{1}{R}$$

چیزی که عوض میشود، $\frac{d\hat{n}}{ds}$ است.

اگر بعد بیش از 2 باشد، $(\hat{v}, \hat{n})$ همچنان خطی مستقل هستند،

ولی پایه نیستند. پس این رابطه

$$\frac{d\hat{n}}{ds} = \alpha \hat{v} + \beta \hat{n}$$

لزوماً ~~دیگر~~ درست نیست.

اما چیزهای همچنان درست اند:

$$\hat{n} \cdot \frac{d\hat{n}}{ds} = 0 \Leftarrow \hat{n} \cdot \hat{n} = 1$$

$$\hat{v} \cdot \frac{d\hat{n}}{ds} = -\hat{n} \cdot \frac{d\hat{v}}{ds} = -\kappa \Leftarrow \hat{n} \cdot \hat{v} = 0$$

پس $\frac{d\hat{n}}{ds} = ?$

$$\frac{d\hat{n}}{ds} + k\hat{v} =: A$$

$$\hat{v}\cdot A = \hat{v}\cdot\frac{d\hat{n}}{ds} + k\,\hat{v}\cdot\hat{v} = -k + k = 0$$

$$\hat{n}\cdot A = \hat{n}\cdot\frac{d\hat{n}}{ds} + k\,\hat{n}\cdot\hat{v} = 0 + 0 = 0$$

$A$ بر $\hat{v}$ و $\hat{n}$ عمود است. اگر $\vec{A}$ و $\hat{n}$ و $\hat{v}$ در یک صفحه باشند،

$A$ صفر است: $\frac{d\hat{n}}{ds} = -k\hat{v}$

در حالت کلی، $A$ بر $\hat{v}$ و $\hat{n}$ عمود است.

پس:

$$\frac{d\hat{n}}{ds} = -\kappa \hat{v} + A$$

$\hat{v} \cdot A = 0, \quad \hat{n} \cdot A = 0$ $\qquad \hat{b} = \hat{A}$

$A = \|A\| \, \hat{b}$ $\qquad \|A\| = \tau$

بعد $\frac{d\hat{n}}{ds}$ عکس طول است. پس بعد $\tau$ عکس طول است.

$\tau$ برای خمهای مسطح صفر است.

$\tau$ را از مشتق دوم خم به دست میآید.

تاب

در نزدیکی یک نقطه،

تا حد مشتق اول، خم شبیه یک خط راست است (سطح خم به دست نمی‌آید)

تا حد مشتق دوم، خم شبیه یک دایره است (سطح بودن خم معلوم نمی‌شود)

سطحی نبودن خم از مشتق سوم معلوم می‌شود: $\tau \neq 0$

$$\underbrace{\left(\frac{d\hat{n}}{ds}+\kappa\hat{v}\right)}_{\hat{b}} \perp \hat{n}, \hat{v}$$

$\hat{b}$ : کامله عمود

یک پایه کامل متعامد $(\hat{v}, \hat{n}, \hat{b})$

در فضای سه بعدی، ممکن است هر راستا گرد با چیز دیگر باشد.

راستگرد یا چپگرد بودن این کنج همان است که
خم شبیه یک مارپیچ راستگرد است یا شبیه یک مارپیچ چپگرد.

$\hat{b}$: قائم دوم $\qquad$ $\hat{v}\cdot\hat{b}=0$

$\hat{n}$: قائم اصلی $\qquad$ $\hat{v}\cdot\hat{n}=0$

مارپیچ منظم دایره‌ای :

تصویر مارپیچ بر یک صفحه عمود بر محور مارپیچ است = یک دایره می‌شود.

محور مارپیچ : $\hat{z}$

صفحه‌ی عمود بر $\hat{z}$ : صفحه‌ی $x-y$

مبدأ صفحه‌ی $x-y$

$\downarrow$

مرکز دایره

$$x = a \cos\varphi$$
$$y = a \sin\varphi$$

شعاع دایره $= a$

دایره:

$z=0$

نقطه عوض نمی‌شود

$\varphi \to \varphi + 2\pi$

مارپیچ:

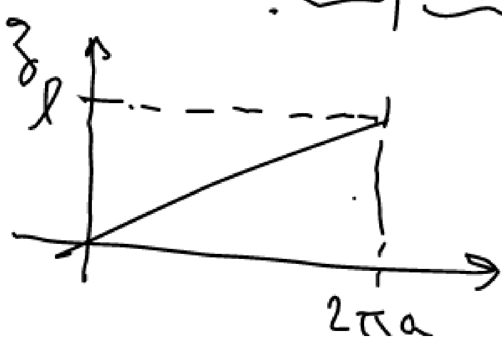
$z \neq 0$

از آنجا $z(2\pi) \neq z(0)$

---

مارپیچ دایره‌ای منتظم: $\frac{\Delta z}{\Delta \varphi} =$ ثابت

مارپیچ باز شده یک خط راست است:



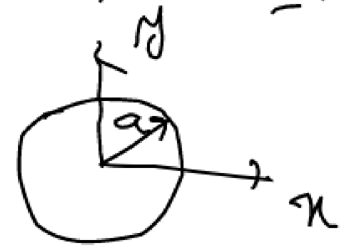

$\ell$: گام مارپیچ

$\xi = \overbrace{a\varphi}^{\text{طول}}$

هارمونیک یک بار دور z دور بزند $\varphi$ به اندازه‌ی $2\pi$ تغییر کنه،

$(x,y)$ به همان جای اول برگرده $z$ به اندازه‌ی $l$ تغییر می‌کنه


تصویر هارمونیک بر صفحه‌ی x-y



$$\frac{\Delta z}{\Delta \varphi} = \text{ثابت} \qquad \Delta\varphi = 2\pi \longrightarrow \Delta z = l$$

$$= \frac{l}{2\pi}$$

$$\frac{dz}{d\varphi} = \text{ثابت} = \frac{\Delta z}{\Delta \varphi} = \frac{l}{2\pi}$$

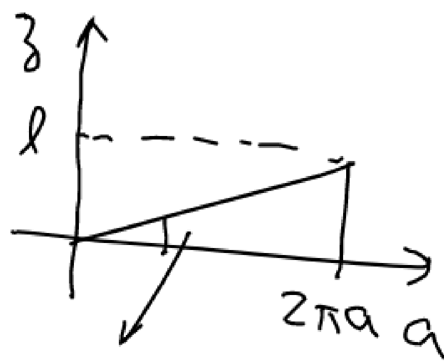
$$z = \frac{l}{2\pi}\varphi + \text{ثابت}$$

مقدار ثابت را میتوان برای z صفر فرض کرد.

برای یک مارپیچ دایره‌ای منظم، با ثابت، نمایش مکررها

$$x = a\cos\varphi$$

$$y = a\sin\varphi \qquad z = \frac{l}{2\pi}\varphi$$



$$a\varphi = \zeta$$

$$\tan\alpha = \frac{l}{2\pi a}$$

گام مارپیچ

محیط دایره‌ی
قاعده‌ی مارپیچ

$$\zeta = a(\tan\alpha)\,\varphi$$

$$x = a\cos\varphi$$

$$y = a\sin\varphi$$

عمود بر محور مارپیچ

طول یک ζ مارپیچ ≠

$$v = \frac{dr}{d\varphi} \qquad r = \hat{x}\, x + \hat{y}\, y + \hat{z}\, z$$

$$v = a\left(-\hat{x} \sin\varphi + \hat{y} \cos\varphi + \hat{z} \tan\alpha\right)$$

$$\|v\|^2 = a^2\left(\sin^2\varphi + \cos^2\varphi + \tan^2\alpha\right)$$

$$= a^2\left(1 + \tan^2\alpha\right) = \frac{a^2}{\cos^2\alpha}$$

$-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ زاویه ها بین با صفحه $x-y$ :

$$\cos\alpha \geq 0 \qquad \|v\| = \frac{a}{\cos\alpha} \qquad \hat{v} = \frac{v}{\|v\|} \qquad \frac{a}{\cos\alpha} = \frac{ds}{d\varphi}$$

$$\hat{v} = (\cos\alpha)\left(-\hat{x} \sin\varphi + \hat{y} \cos\varphi\right) + \hat{z} \sin\alpha$$

$$\hat{v} = (\cos\alpha)(-\hat{x}\sin\varphi + \hat{y}\cos\varphi) + \hat{z}\sin\alpha$$
$$= \hat{\varphi}\cos\alpha + \hat{z}\sin\alpha$$

$$\frac{d\hat{v}}{ds} = \kappa\hat{n} = \frac{d\varphi}{ds}\frac{d\hat{v}}{d\varphi} \qquad \hat{x}\cos\varphi + \hat{y}\sin\varphi = \hat{\rho}$$

$$= \frac{\cos\alpha}{a}\cos\alpha\left(-\hat{x}\cos\varphi - \hat{y}\sin\varphi\right)$$

$$\kappa\hat{n} = -\frac{\cos^2\alpha}{a}\hat{\rho} = -\frac{\cos^2\alpha}{a}\left(\hat{x}\cos\varphi + \hat{y}\sin\varphi\right)$$

$$\left\|\frac{d\hat{v}}{ds}\right\|^2 = \frac{\cos^4\alpha}{a^2} \qquad \left\|\frac{d\hat{v}}{ds}\right\| = \frac{\cos^2\alpha}{a} = \kappa = \frac{1}{R}$$

$$K = \frac{\cos^2\alpha}{a} \qquad R = \frac{a}{\cos^2\alpha} \qquad \alpha \uparrow \;\rightarrow\; R \uparrow$$

$$\alpha \rightarrow \pi/2 \qquad R \rightarrow \infty$$

شعاع خمش بی‌نهایت، شبیه خط راست.

$$\hat{n} = \frac{1}{K}\frac{d\hat{v}}{ds} \qquad \hat{n} = -(\hat{x}\cos\varphi + \hat{y}\sin\varphi) = -\hat{\rho}$$

$$\frac{d\hat{n}}{ds} = \frac{d\varphi}{ds}\frac{d\hat{n}}{d\varphi} = \frac{\cos\alpha}{a}(\hat{x}\sin\varphi - \hat{y}\cos\varphi) = -\frac{\cos\alpha}{a}\hat{\varphi}$$

$$\frac{d\hat{n}}{ds} = -K\hat{v} + \tau\hat{b}$$

$$\tau \hat{b} = \frac{d\hat{n}}{ds} + \kappa \hat{v} = -\frac{\cos\alpha}{a}\hat{\varphi} + \frac{\cos^2\alpha}{a}\left[(\cos\alpha)\hat{\varphi} + (\sin\alpha)\hat{z}\right]$$

$$= \frac{\cos\alpha}{a}\left[\underbrace{(\cos^2\alpha - 1)}_{-\sin^2\alpha}\hat{\varphi} + (\sin\alpha)(\cos\alpha)\hat{z}\right]$$

$$\tau \hat{b} = \frac{(\sin\alpha)(\cos\alpha)}{a}\left(-\hat{\varphi}\sin\alpha + \hat{z}\cos\alpha\right)$$

$$\tau = \|\tau\hat{b}\| \qquad \|\tau\hat{b}\|^2 = \frac{(\sin^2\alpha)(\cos^2\alpha)}{a^2}$$

$$-\frac{\pi}{2} \le \alpha \le \frac{\pi}{2} \qquad \cos\alpha \ge 0 \qquad \tau = \frac{|\sin\alpha|\cos\alpha}{a}$$

$$\hat{b} = \left[\operatorname{sgn}(\sin\alpha)\right]\left(-\hat{\varphi}\sin\alpha + \hat{z}\cos\alpha\right)$$

$$\kappa = \frac{\cos^2\alpha}{a} \qquad R = \frac{a}{\cos^2\alpha}$$

$$\tau = \frac{|\sin\alpha|\cos\alpha}{a}$$

$$\hat{v} = \hat{\varphi}\cos\alpha + \hat{z}\sin\alpha \qquad \hat{\rho}\times\hat{\varphi} = \hat{z}$$

$$\hat{n} = -\hat{\rho} \qquad \hat{\varphi}\times\hat{z} = \hat{\rho} \qquad \hat{z}\times\hat{\rho} = \hat{\varphi}$$

$$\hat{b} = [\mathrm{sgn}(\sin\alpha)]\left(-\hat{\varphi}\sin\alpha + \hat{z}\cos\alpha\right)$$

$$\hat{v}\cdot\hat{v} = \hat{n}\cdot\hat{n} = \hat{b}\cdot\hat{b} = 1 \qquad \hat{\rho}\cdot\hat{\varphi} = \hat{\rho}\cdot\hat{z} = \hat{\varphi}\cdot\hat{z} = 0$$

$$\hat{v}\cdot\hat{n} = \hat{v}\cdot\hat{b} = \hat{n}\cdot\hat{b} = 0 \qquad (\hat{v}, \hat{n}, \hat{b})$$ [illegible]

$$\hat{v}\times\hat{n} = \left(-\hat{\varphi}\sin\alpha + \hat{z}\cos\alpha\right)$$

$$\hat{v}\times\hat{n} = \left[\operatorname{sgn}(\sin\alpha)\right]\hat{b}$$

$+1$   $-1$

کنج راستگرد → مارپیچ: پیچ راستگرد

کنج چپگرد → مارپیچ: پیچ چپگرد

$$R=\frac{a}{\cos^2\alpha}$$

$\alpha: 0 \rightarrow \pi/2 \rightarrow \infty$

$a$

R زیاد میشود

$\tau$ بزرگتر: انحراف بیشتر از تخت

دایره   خم مسطح

$$\tau=\frac{|\sin\alpha|\cos\alpha}{a}$$

$\alpha: 0$ — $\pi/4 \rightarrow \pi/2 \rightarrow$ خط راست   با $a$ ثابت

$\tau=0$   $\tau$ بیشینه   $\tau=0$