

XM-002 (2004/02/05)

فیزیک ریاضی چیست؟

mamwad@mailaps.org

محمد خرمی

نوع ی طبقه‌بندی برای دست‌یافته‌ها ی فرهنگی ی انسان ارائه، و جای‌گاه .
فیزیک ریاضی در این طبقه‌بندی مشخص می‌شود.

1 فیزیک و متافیزیک

فیزیک (یا علم) بر دو پایه استوار است. استدلال - ریاضی و مشاهده ی تجربی. این را می‌شود تعریف - فیزیک گرفت: بخش ی از دست‌یافته‌ها ی فرهنگی ی انسان را فیزیک می‌نامیم، که استدلال - ریاضی (یا بر اساس - استدلال - ریاضی) اند یا مشاهده ی تجربی (یا بر اساس - مشاهده ی تجربی). به ترکیب - استدلال - ریاضی و مشاهده ی تجربی (یا به روش‌شناخت ی که بر استفاده از این دو استوار است) ضمناً روش - علمی هم می‌گویند. فیزیک (یا روش و دست‌آوردها ی آن) مشخصه‌ها یی دارد:

- تکرارپذیر است. یک شرط - این که تجربه ای یک تجربه ی فیزیکی تلقی شود، آن است که بشود تکرار آن کرد. استدلال - ریاضی را هم می‌شود دوباره بیان کرد.
- دقیق و بی‌ابهام است. از یک گزاره ی فیزیکی معنی‌ها ی ناسازگار باهم استنباط نمی‌شود.

• قابل انتقال است و منحصر به شخص یا گروه خاص نیست. البته ممکن است استفاده از خیل از دست آوردهای فیزیک محتاج آموختن مقدمات باشد، و ممکن است این مقدمات ساده هم نباشند. اما چیزی که فهمیدنش وابسته به احساس خاص، شهود خاص، شخصیت خاص، یا مانند آن باشد، فیزیک نیست. این به معنی آن نیست که همه آدمها به طور یکسان فیزیک تولید می کنند (یا می توانند تولید کنند)، بل که به این معنی است که دست آوردهای فیزیک را (صرف نظر از چه گونه گی تولیدشان) باید بشود به همه انتقال داد.

• درستی یا نادرستی یک گزاره فیزیکی مستقل از شخص است: روش جهانی برای بررسی درستی یا نادرستی گزاره های فیزیکی وجود دارد و در مورد هر گزاره، هر کس این روش را به کاربرد به نتیجه ای می رسد که مستقل از آن شخص است. البته پیش می آید که در مورد گزاره های برای مدت درستی یا نادرستی گزاره معلوم نیست و به همین علت نظرها مختلف در این مورد وجود دارد. تا زمان که ابزار کافی برای تحقیق درستی یا نادرستی آن گزاره نداریم، نظر آدمها مهم است. مثلاً ممکن است یک نظریه فیزیکی به پیش بینی منجر شود که فعلاً برای آزمودنش ابزار تجربی لازم را نداریم. در این صورت نظر دانش پیشه ها در باره این درستی نظریه لزوماً یکسان نیست. اما ضمناً نظر دانش پیشه ها فیزیک نیست.

هر نوع دست یافته ی فرهنگی انسان که در قالب بالا نگنجد را متافیزیک می گوئیم. بر اساس این تقسیم بندی، چیزهایی مثل ریاضیات و علوم تجربی در گروه فیزیک می گنجد و چیزهایی مثل هنر در گروه متافیزیک. راهی نیست که همه آدمها قانع شوند یک اثر هنری خوب است یا بد، فقط می شود گفت چه کسانی از آن اثر خوششان می آید و چه کسانی نه.

2 ریاضیات و فیزیک

یک دست گاه ریاضی عبارت است از تعدادی آکسیم، واستنتاجها ی منطقی از این آکسیمها. می شود اسم این استنتاجها را قضیه گذاشت. برای تحقیق درستی یا

نادرستی ی هر قضیه، باید از منطق ریاضی استفاده کرد. به این معنی منطق ریاضی مقدم بر همه ی دست‌گام‌ها ی ریاضی است، و در واقع روش و زبان پذیرفته‌شده ی ریاضیات است.

دست‌کم از قرن 17، روش عموماً پذیرفته‌شده ی فیزیک این است.

- مشاهده‌پذیرها یی برای سیستم تعریف می‌کنیم. (روش ی برای سنجش آن مشاهده‌پذیر می‌دهیم، یا رابطه ی ریاضی یی می‌دهیم که آن مشاهده‌پذیر را به مشاهده‌پذیرها ی قبلاً تعریف‌شده مربوط کند.)

- یک دست‌گام ریاضی برای ارتباط مشاهده‌پذیرها بنا می‌کنیم. (گام ی می‌گویند ریاضیات زبان فیزیک است.)

- قضیه‌ها ی حاصل از این دست‌گام ریاضی را به‌طور تجربی می‌آزماییم. آزمون تجربی ی این قضیه‌ها، یعنی سنجش مشاهده‌پذیرها و تحقیق این که آیا مقادیرها ی سنجیده‌شده، با آن چه بر اساس قضیه‌ها به دست می‌آید سازگار است یا نه.

یک دست‌گام فیزیکی قدرت پیش‌بینی دارد. بر اساس یک دست‌گام فیزیکی می‌شود مقدار یک مشاهده‌پذیر را، علی‌الاصول پیش از سنجش به دست آورد.

با سنجش تجربی نمی‌شود فهمید یک استنتاج منطقی درست است یا نه. اما با فرض این که یک استنتاج منطقی درست باشد، اگر سنجش تجربی با نتیجه ی استنتاج منطقی ناسازگار باشد، نتیجه می‌شود مقدم آن استنتاج نادرست است. پس با سنجش تجربی می‌شود آکسیم‌ها ی دست‌گام ریاضی ی متناظر با دست‌گام فیزیکی را احتمالاً رد کرد. البته با هیچ سنجش تجربی یی نمی‌شود این آکسیم‌ها را ثابت کرد.

با استنتاج منطقی نمی‌شود ثابت کرد این راه مناسب ی برای شناخت (پیش‌بینی ی) جهان است، و نمی‌شود ثابت کرد این راه (اگر مناسب باشد) تنه‌راه مناسب شناخت (پیش‌بینی ی) جهان است. اما تجربه‌ها ی چند قرن اخیر نشان داده این روش برای پیش‌بینی کارا است، و ظاهراً روش جهان‌شمول دیگری هم پیدا نشده. برای ساختن یک دست‌گام ریاضی، باید نگران این باشیم که آکسیم‌ها ی دست‌گام سازگار باشند و در استنتاج‌ها روش منطقی به کار رود. برای ساختن یک دست‌گام فیزیکی، علاوه بر این باید نگران آن بود که آکسیم‌ها ی دست‌گام با سنجش‌ها ی تجربی

ناسازگار نباشند.

با این نوع تقسیم‌بندی عملاً همه ی علوم - تجربی (از جمله شیمی و زیست‌شناسی) و نیز ریاضیات، جزئی - فیزیک (به معنی ی عام) شده اند. این به معنی ی برتری ی فیزیک (به معنی ی خاص - ش) بر شیمی، زیست‌شناسی، ریاضیات، و... نیست، و تعبیر - خیل ی ها از فیزیک هم خاص‌تر از چیزی است که در این جا آمده. اما طبقه‌بندی یی که این جا آمده ساده است. آرئلد [a] ریاضی‌پیشه ی روس در یک سخن‌رانی درباره ی آموزش - ریاضیات [1] می‌گوید ریاضیات هم بخش ی از فیزیک است، آن بخش ی که آزمایش در آن ارزان است. یک کاسه کردن - همه ی دست‌یافته‌ها ی غیرمتافیزیکی در فیزیک، جز این که طبقه‌بندی را ساده می‌کند این برتری را هم دارد که یادآوری می‌کند شاید جدا کردن - شدید - شاخه‌ها ی مختلف - فیزیک از هم به نفع - پیش‌رفت - آن نباشد.

3 فیزیک ریاضی

دست‌گاه‌ها ی فیزیکی را برا ی توصیف - (پیش‌بینی ی) مشاهده‌پذیرها به کار می‌برند، یعنی از یک دست‌گاه - فیزیکی انتظار می‌رود پیش‌بینی‌ها یی تحویل دهد که قابل - سنجش - تجربی باشند. اما نوعاً از چنین دست‌گاه ی چیزها ی دیگری هم نتیجه می‌شود. به عنوان - مثال، حرکت - سیاره‌ها ی منظومه ی شمسی را در نظر بگیرید. با توجه به این که جرم - خورشید خیل ی بیش‌تر از جرم - باقی‌مانده ی منظومه ی شمسی است، در یک تقریب می‌شود خورشید را ساکن گرفت، از اثر - سیاره‌ها بر هم چشم‌پوشید، نیرو ی گرانشی ی خورشید وارد بر سیاره‌ها را مرکزی و متناسب با عکس - مجذور - فاصله از خورشید گرفت، و از این جا مدار - سیاره‌ها و بسته‌گی ی مکان - شان به زمان را به دست آورد. این نتیجه‌ها قابل - سنجش - تجربی اند. ریاضیات ی هم که برا ی این دست‌گاه - فیزیکی لازم است، یک معادله ی دیفرانسیل - خاص (متناظر با نیرو ی مرکزی ی عکس‌مجذور/فاصله) و جواب - آن است.

یک پرسش که به مسئله ی بالا مربوط است، این است که اگر نیرو ی وارد بر ذره ای مرکزی باشد، اما متناسب با عکس - مجذور - فاصله از مرکز - نیرو نباشد، مدار - ذره چه می‌شود؟ برا ی یک نیرو ی مرکزی ی دل‌خواه، این پرسش (به معنی ی ارتدُکس - بخش - پیش) فقط ریاضیات است: بر اساس - پاسخ - این پرسش برا ی یک نیرو ی

مرکزی ی دل‌بخواه، نمی‌شود مدار - ذره ی خاص ی را پیش‌بینی کرد، چون ممکن است ذره ای در طبیعت پیدا نشود که نیروی وارد بر آن به شکل - فرض شده باشد. با وجود - این، در کتاب - پرنکیپیا ی نیوٹن [b] این مسئله بررسی شده است [2].

در مسئله ی نیروی مرکزی ی عکس‌مجدورفاصله، تکانه ی زاویه‌ای و انرژی پایسته اند (و این حکم‌ها قابل - تحقیق - تجربی اند). وجود - این کمیت‌ها ی پایسته، به حل - معادله ی دیفرانسیل - حرکت کمک می‌کند. به اصطلاح - فنی‌تر، می‌گویند این سیستم‌ها انتگرال‌پذیر اند. آیا همه ی معادله‌ها ی دیفرانسیل - حرکت انتگرال‌پذیر اند؟ اگر نه، فرق - سیستم‌ها ی انتگرال‌پذیر با سیستم‌ها ی دیگر چیست؟ طبقه‌بندی ی سیستم‌ها ی انتگرال‌پذیر کدام است؟ این پرسش‌ها هم، به معنی ی بخش - پیش پرسش‌ها ی ریاضی اند.

یک ی از نتیجه‌ها ی نظریه ی نسبیت - عام این است که اگر اندازه ی جسم ی از حد - معین ی (که با جرم - جسم متناسب است) کوچک‌تر باشد، آن جسم سیاه‌چاله است، به این معنی که یک جسم - آزمون، اگر از حد - معین ی به این جسم نزدیک‌تر شود، دیگر نمی‌تواند از آن دور شود و پیام ی هم نمی‌تواند به جهان - بیرون بفرستد. ضمناً بر اساس - همین نظریه، اگر ناظری دور از سیاه‌چاله باشد و حرکت - جسم - آزمون به سوی سیاه‌چاله را بررسی کند، از دید - او زمان - لازم برای این که جسم - آزمون به نقطه ی بی‌بازگشت برسد بی‌پایان است، هر چند از دید - خود - جسم - آزمون، زمان - لازم برای رسیدن به نقطه ی بی‌بازگشت با پایان است. پس این را که جسم ی از نقطه ی بی‌بازگشت گذشته و دیگر نمی‌تواند پیام ی بفرستد، نمی‌شود سنجید. به این معنی، این نتیجه فقط ریاضیات است.

چاندراسیخار [c] اولین بار به خاطر - این محاسبه آش مشهور شد که با در نظر گرفتن - نسبیت - خاص، برای جرم - کوتوله‌ها ی سفید محدودیت ی به دست می‌آید: هیچ کوتوله ی سفید ی که جرم آش از حد - چاندراسیخار [c] بیش‌تر باشد، پای‌دار نمی‌ماند. حالا همه این کار را جزئی - دست‌آوردها ی فیزیکی ی قابل‌سنجش می‌دانند: هم کوتوله‌ها ی سفید مشاهده‌پذیر اند، هم جرم - شان قابل‌سنجش است، و هم می‌شود تحقیق کرد اگر جرم - کوتوله ی سفید ی از حد - چاندراسیخار بیش‌تر شود، این ستاره ناپای‌دار می‌شود یا نه. (بله می‌شود.)

چاندراسیخار [c] چندین کتاب - مرجع دارد. یک ی از آن‌ها تئوری ی ریاضی ی

سیاه‌چاله‌ها [3] است. این کتاب شامل قضیه‌ها ی متعدد ی در باره ی سیاه‌چاله‌ها است (چنان که از اسم - کتاب بر می آید). جاها بی هم چیزها بی دارد که مستقیماً به سیاه‌چاله‌ها مربوط نمی‌شود، بل که تعمیم - مطالب ی است که به طور - خاص در مورد - سیاه‌چاله‌ها بیان شده، یا روشن‌کننده ی یک مطلب - قبلاً حل شده، از دیدگاه - ریاضی است. مثلاً، در بخش - 24 - این کتاب [3] سه معادله ی دیفرانسیل - مرتبه ی یک برا ی سه متغیر به دست می آید، و نشان داده می‌شود این سه معادله را می‌شود به یک معادله ی مرتبه ی دو (نه سه) برا ی یک متغیر - دیگر کاهش داد. این متغیر و آن معادله به دست می آید. در ادامه ی کار مسئله ای مطرح می‌شود که ربط ی به مسئله ی فیزیکی ی مورد بحث ندارد: بخش - 25 - این کتاب [3] قضیه ای در باره ی دست‌گاه‌ها ی معادله‌های دیفرانسیل - خطی بی است، که مرتبه یشان را می‌شود کاهش داد. کاملاً قابل انتظار است که چنین مطلب ی عنوان - یک بخش از کتاب ی در باره ی معادله‌ها ی دیفرانسیل باشد. اما این مطلب تعمیم - یک نتیجه ی خاص در مورد - یک سیستم - فیزیکی است: یک مثال - کلاسیک - فیزیک ریاضی.

مثال‌ها ی بالا در این مشترک اند که پیش‌بینی ی فیزیکی ی سنجش‌پذیر نیستند (یا ندارند) اما از دست‌گاه‌ها ی ریاضی ی متناظر با سیستم‌ها ی فیزیکی (یا دست‌گاه‌ها ی ریاضی ی مشابه با دست‌گاه‌ها ی ریاضی ی متناظر با سیستم‌ها ی فیزیکی) نتیجه شده اند. به این‌ها فیزیک ریاضی می‌گوییم. به‌طور - دقیق‌تر، به بخش ی از ریاضیات که در فیزیک به کار می‌رود (یا شبیه - ریاضیات ی است که در فیزیک به کار می‌رود) فیزیک ریاضی می‌گوییم. نیز می‌شود گفت، فیزیک ریاضی بخش ی از فیزیک است که درگیر - به دست آوردن - نتیجه از ریاضیات - دست‌گاه‌ها ی فیزیکی (یا ریاضیات - مشابه با آن چه در فیزیک به کار می‌رود) است، مستقل از سنجش‌ها ی تجربی. بعضی‌ها هم می‌گویند تعریف - اول تعریف - ریاضیات - کاربردی است، و تعریف - دوم تعریف - فیزیک - نظری.

روشن است که تعریف‌ها ی بالا دقیق نیستند: احتمالاً حالا از نظر - بیشتر - فیزیک‌پیشه‌ها پایسته‌گی ی تکانه ی زاویه‌ای در سیستم‌ها ی متناظر با نیرو ی مرکزی فقط ریاضیات نیست؛ اما این که سیستم‌ها ی انتگرال‌پذیر متناظر اند با چنبره‌ها ی ناورد، شاید از نظر - بعضی ی از فیزیک‌پیشه‌ها فقط ریاضیات باشد. تعیین - این که بخش ی از ریاضیات شبیه - ریاضیات ی است که در فیزیک به کار می‌رود یا نه، به سلیقه بسته‌گی

دارد. پس این طبقه‌بندی، دست‌کم به شکل ی که این‌جا مطرح شد متافیزیکی است. در واقع بقیه ی این نوشته را هم می‌شود جزئی - متافیزیک به حساب آورد.

فیزیک ریاضی پیشه‌ها چه می‌کنند؟ می‌کوشند دست‌گاه‌ها ی ریاضی ی متناظر با سیستم‌ها ی فیزیکی (یا دست‌گاه‌ها ی ریاضی ی مشابه) را حل کنند، یعنی هر چه می‌توانند نتیجه‌ها ی صریح‌تر از آن‌ها بیرون بکشند؛ می‌کوشند دست‌گاه‌ها ی ریاضی ی بسازند که به معنی‌ها ی خاص ی حل‌پذیر باشند، یعنی بشود نتیجه‌ها ی صریح - خاص ی از آن‌ها بیرون کشید؛ می‌کوشند دست‌گاه‌ها ی ریاضی ی مربوط به فیزیک را تعمیم دهند و آن‌ها بی که حل‌پذیر اند را طبقه‌بندی کنند؛ می‌کوشند در مورد - دست‌گاه‌ها ی ریاضی ی که به یک معنی نزدیک - دست‌گاه‌ها ی حل‌پذیر اند، با استفاده از دست‌گاه‌ها ی حل‌پذیر - مربوط نتیجه‌ها ی صریح به دست آورند، و می‌کوشند نتیجه‌ها ی کلی یی در مورد - گروه‌ها یی از دست‌گاه‌ها ی ریاضی ی (ی مربوط به فیزیک) به دست آورند.

4 مراجع‌ها

- [1] V. I. Arnold; "On teaching mathematics", talk presented in Palais de Découverte in Paris (7 March 1997)
- [2] Isaac Newton; "The Principia: mathematical principles of natural philosophy", (University of California Press, 1999) book I, section 8
- [3] Subrahmanyan Chandrasekhar; "The mathematical theory of black holes", (Oxford University Press, 1998)

5 اسم‌ها ی خاص

- [a] Arnold
- [b] Newton
- [c] Chandrasekhar