

نزدیک‌ترین هم‌سایه ی زمین (پس از ماه)

نزدیک‌ترین هم‌سایه ی زمین پس از ماه کدام سیاره (یا ستاره) ی منظومه ی شمسی است؟ سؤال - عجیب ی به نظر می‌رسد. آن‌ها بی که فقط اندک ی با منظومه ی شمسی آشنا باشند، خواهند گفت ناهید؛ شاید اول بین - ناهید و بهرام مردد بمانند. اما کم ی بیش‌تر دقت کنید. سؤال این نیست که شعاع - مدار - کدام‌یک از سیاره‌ها به شعاع - مدار - زمین نزدیک‌تر است. در واقع اصولاً فاصله ی جرم‌ها ی منظومه ی شمسی از هم متغیر است (مگر دو جرم - مورد نظر در مدار ی تقریباً دایره‌ای دور - هم بگردند). پس اول باید روشن کرد منظور کدام فاصله ی جرم‌ها ی منظومه ی شمسی از زمین است. سؤال - بی‌ابهام این است. میان‌گین - زمانی ی فاصله ی کدام جرم - منظومه ی شمسی از زمین کم‌ترین است (البته جز خود - زمین و ماه)؟

برای جواب، این تقریب را به کار می‌بریم که مدار - سیاره‌ها دور - خورشید دایره، و این دایره‌ها هم صفحه‌اند. به این ترتیب، همه ی سیاره‌ها با سرعت - زاویه‌ای ی ثابت دور - خورشید می‌گردند. پس میان‌گین - زمانی را می‌شود با میان‌گین - زاویه‌ای (زاویه ی بین - خط‌ها بی که زمین و جرم - دیگر را به خورشید وصل می‌کنند) جای‌گزین کرد. به این ترتیب، میان‌گین - فاصله می‌شود

$$D(x) = \frac{R}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi (1 - 2x \cos \phi + x^2)^{1/2},$$

که R شعاع - مدار - زمین به دور - خورشید، و x شعاع - مدار - جسم - دیگر است. حالا سؤال می‌شود این که به ازای x - کدام یک از جسم‌ها ی منظومه - شمسی، $D(x)$ از همه کم‌تر است. مشتق - دوم - D نسبت به x می‌شود

$$D''(x) = \frac{R}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \sin^2 \phi (1 - 2x \cos \phi + x^2)^{-3/2},$$

این عبارت مثبت است. به‌سادگی می‌شود دید $D'(0) = 0$. پس $D'(x)$ در $x > 0$ مثبت است. از این‌جا معلوم می‌شود $x = 0$ تابع - D را کمینه می‌کند. به این ترتیب، نزدیک‌ترین جسم - منظومه ی شمسی به زمین (بعد از زمین و ماه) نَه ناهید است، نَه بهرام، و نَه هیچ سیاره ی دیگری؛ بل که **خورشید** است.