X1-100 (2014/05/30)

هندسه یِ گسیل و جذب ِ تابش

محمد خرمی mamwad@mailaps.org

گسیل ِ تابش از یک رویه و جذب ِ تابش در یک رویه بررسی می‌شوند. به ویژه، رابطه یِ تابش ِ جذب-شده با هندسه یِ رویه‌ها یِ گسیلنده و جاذب نسبت به هم بررسی می‌شود.

1 گسیل ِ تابش از یک رویه

توان ی که از یک رویه می‌تابد، با مساحت ِ آن رویه متناسب است. چگالی یِ سطحی یِ این توان را با $I_{\rm s}$ نشان می‌دهم. به این ترتیب،

$$\mathrm{d}P_{\rm s} = I_{\rm s}\,\mathrm{d}S_{\rm s}, \tag{1}$$

که $\mathrm{d}P_{\rm s}$ توان ِ تابیده از رویه ای کوچک با مساحت $\mathrm{d}S_{\rm s}$ است. در حالت ِ کلی، $I_{\rm s}$ به جا یِ گسیل ِ تابش بسته‌گی دارد. توان ی که از یک رویه یِ کوچک می‌تابد همسانگرد گسیلیده نمی‌شود. بخش ی از آن که درون ِ مخروط ِ کوچک ی با زاویه یِ فضایی یِ $\mathrm{d}\Omega$ می‌تابد با $\mathrm{d}\Omega$ متناسب است:

$$\mathrm{d}I_{\rm s} = L_{\rm s}\,\mathrm{d}\Omega, \tag{2}$$

که L_s در حالتِ کلی به $\boldsymbol{n}$ (بردارِ یکه یِ) جهتِ گسیلِ تابش، و جا یِ گسیلِ تابش بسته‌گی دارد. L_s چگالی یِ زاویه‌ای یِ چگالی یِ سطحی یِ توان است. ترکیبِ (1) و (2) را میشود چنین نوشت.

$$\mathrm{d}^2 P_\mathrm{s} = L_\mathrm{s}\,\mathrm{d}\,\Omega\,\mathrm{d}S_\mathrm{s}. \tag{3}$$

رُشن است که

$$I_\mathrm{s} = \int \mathrm{d}\Omega\, L_\mathrm{s}. \tag{4}$$

یک شکلِ ساده یِ بسته‌گی یِ L_s به جهت این است:

$$L_\mathrm{s} = \overset{\bullet}{L}_\mathrm{s}, \tag{5}$$

که

$$\overset{\bullet}{L}_\mathrm{s} = \mathfrak{L}_\mathrm{s}\,(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_\mathrm{s})\,\Theta(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_\mathrm{s}), \tag{6}$$

که $\mathfrak{L}_\mathrm{s}$ مستقل از چهتِ تابش، $\boldsymbol{n}_\mathrm{s}$ بردارِ یکه یِ عمود بر رویه یِ (کوچکِ) گسیلنده (به سو یِ بیرون)، و Θ تابعِ پله یِ واحد است:

$$\Theta(\mathfrak{x}) = \begin{cases} 1 & \mathfrak{x} > 0 \\ 0 & \mathfrak{x} < 0 \end{cases}. \tag{7}$$

رابطه یِ (6) یعنی $\overset{\bullet}{L}_\mathrm{s}$ با کسینوسِ زاویه یِ جهتِ گسیل با جهتِ عمود برروبه متناسب است، اگر این زاویه کمتر از قائمه باشد، و صفر است اگر این زاویه بیشتر از قائمه باشد. این هم ان بسته‌گی-به-جهت ی ست که برا یِ خروجِ ذرات از یک رُزنه به دست میآید (به شرط ی که ذرات درونِ ظرف همسانگرد حرکت کنند)، و هم ان است که برا یِ تابشِ گرمایی از یک جسمِ سیاه به دست میآید. وقت ی (5) برقرار باشد، با استفاده از (4) میشود $\mathfrak{L}_\mathrm{s}$ را حساب کرد. زاویه با $\boldsymbol{n}_\mathrm{s}$ را با θ نشان میدهم. از

$$\begin{aligned}\int \mathrm{d}\Omega\;\cos\theta\,\Theta(\cos\theta) &= \int_0^{2\,\pi}\mathrm{d}\phi\int_{-1}^{1}\mathrm{d}(\cos\theta)\;\cos\theta\,\Theta(\cos\theta),\\ &= \pi,\end{aligned} \tag{8}$$

و (4) نتیجه میشود

$$\mathfrak{L}_\mathrm{s} = \frac{I_\mathrm{s}}{\pi}. \tag{9}$$

به این ترتیب،

$$\mathring{L}_{\rm s}=\frac{I_{\rm s}}{\pi}\,(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_{\rm s})\,\Theta(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_{\rm s}). \tag{10}$$

در حالت ِ کلی که (5) لزومَن برقرار نباشد،

$$L_{\rm s}=\eta_{\rm s}\,\mathring{L}_{\rm s}, \tag{11}$$

که $\eta_{\rm s}$ تابع ِ جا یِ گسیل ِ تابش و جهت ِ گسیل ِ تابش است. البته انتگرال ِ $L_{\rm s}$ بر زاویه یِ فضایی با انتگرال ِ $\mathring{L}_{\rm s}$ بر زاویه یِ فضایی برابر است، و $L_{\rm s}$ برا یِ جهتها یی که زاویه یِشان با $\boldsymbol{n}_{\rm s}$ بیش از قائمه باشد صفر است (تابش ی به سو یِ درون ِ رویه گسیل نمیشود). به این ترتیب،

$$\int {\rm d}\Omega\ \cos\theta\,\Theta(\cos\theta)=\int {\rm d}\Omega\ \cos\theta\,\Theta(\cos\theta)\,\eta_{\rm s}. \tag{12}$$

میانگین ِ (وزندار ِ) $\eta_{\rm s}$ برابر ِ یک است.

2 جذب ِ تابش بر یک رویه

رویه یِ جاذب ِ کوچک ی به مساحت ِ ${\rm d}S_{\rm o}$ سر ِ راه ِ تابش ی ست که از رویه یِ کوچک ی به مساحت ِ ${\rm d}S_{\rm s}$ آمده، و کسر ِ $\alpha_{\rm o}$ از توان ی که در نبود ِ رویه یِ جاذب از آن میگذشت را جذب میکند. $\alpha_{\rm o}$ به جا یِ جذب، و جهت ِ تابش ِ گسیلیده بسته‌گی دارد. زاویه یِ فضایی یِ این رویه یِ جاذب از دید ِ رویه یِ گسیلنده را با ${\rm d}\Omega_{\rm s\to o}$ نشان میدهم:

$${\rm d}\Omega_{\rm s\to o}=-\frac{\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_{\rm o}}{R^2}\,{\rm d}S_{\rm o}, \tag{13}$$

که $\boldsymbol{n}_{\rm o}$ بردار ِ یکه یِ عمود بر رویه یِ (کوچک ِ) جاذب (به سو یِ بیرون)، و R فاصله یِ جاذب از گسیلنده است. البته جذب فقط در حالت ی رخ میدهد که زاویه یِ جهت ِ گسیل با $\boldsymbol{n}_{\rm o}$ بیش از قائمه باشد. این را میشود در $\alpha_{\rm o}$ وارد، یا با یک تابع ِ پله اعمال کرد. راه ِ دوم را به کار میبرم. توان ِ جذب-شده را با ${\rm d}^2P_{\rm o}$ نشان میدهم:

$${\rm d}^2P_{\rm o}=\eta_{\rm s}\,\alpha_{\rm o}\,[(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_{\rm s})\,\Theta(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_{\rm s})]\,[(-\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_{\rm o})\,\Theta(-\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_{\rm o})]\,\frac{I_{\rm s}}{\pi\,R^2}\,{\rm d}S_{\rm s}\,{\rm d}S_{\rm o}. \tag{14}$$

کل ِ توان ی که بر رویه جذب میشود انتگرال ِ عبارت ِ بالا بر رویه یِ گسیلنده است:

$$\begin{aligned} \mathrm{d}P_\mathrm{o} &= \frac{I_\mathrm{s}}{\pi}\left\{\int_{\mathbb{S}_\mathrm{s}} \eta_\mathrm{s}\,\alpha_\mathrm{o}\,[(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_\mathrm{s})\,\Theta(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_\mathrm{s})]\,[(-\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_\mathrm{o})\,\Theta(-\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_\mathrm{o})]\,\frac{\mathrm{d}S_\mathrm{s}}{R^2}\right\}\,\mathrm{d}S_\mathrm{o},\\ &=: I_\mathrm{o}\,\mathrm{d}S_\mathrm{o}, \end{aligned} \tag{15}$$

که $\mathbb{S}_\mathrm{s}$ رویه یِ گسیلنده است. به این ترتیب،

$$I_\mathrm{o} = \frac{I_\mathrm{s}}{\pi}\left\{\int_{\mathbb{S}_\mathrm{s}} \eta_\mathrm{s}\,\alpha_\mathrm{o}\,[(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_\mathrm{s})\,\Theta(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_\mathrm{s})]\,[(-\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_\mathrm{o})\,\Theta(-\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_\mathrm{o})]\,\frac{\mathrm{d}S_\mathrm{s}}{R^2}\right\}. \tag{16}$$

دیده میشود $\mathrm{d}P_\mathrm{o}$ با مساحت ِ رویه یِ (کوچک ِ) جاذب متناسب است، اما با بردار ِ مساحت خطی نیست:

$$\nexists \boldsymbol{I}_\mathrm{o}\ :\ \mathrm{d}P_\mathrm{o} = \boldsymbol{I}_\mathrm{o}\cdot(-\boldsymbol{n}_\mathrm{o}\,\mathrm{d}S_\mathrm{o}). \tag{17}$$

حتا اگر α_o ثابت باشد، ضریب ِ $(-\boldsymbol{n}_\mathrm{o}\,\mathrm{d}S_\mathrm{o})$، یعنی بردار ِ مساحت، در طرف ِ راست ِ I_o از طریق ِ $\Theta(-\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_\mathrm{o})$ به $\boldsymbol{n}_\mathrm{o}$ بسته‌گی دارد.

3 گسیل و جذب ِ همسانگرد

گسیل از رویه همسانگرد است، اگر

$$\eta_\mathrm{s} = 1. \tag{18}$$

این یعنی توان ِ گسیلیده با تصویر ِ مساحت بر صفحه یِ عمود بر جهت ِ گسیل متناسب است. جذب بر رویه همسانگرد است، اگر α_o ثابت باشد. این هم یعنی توان ِ جذب-شده بر رویه با تصویر ِ مساحت بر صفحه یِ عمود بر جهت ِ گسیل متناسب است. یک حالت ِ خاص ِ جذب ِ همسانگرد، جذب ِ کامل است:

$$\alpha_\mathrm{o} = 1. \tag{19}$$

در این حالت همه یِ توان ی که به رویه یِ جاذب میرسد جذب میشود.

وقت ی جذب و گسیل همسانگرد باشند، (16) چنین میشود

$$I_\mathrm{o} = \frac{\alpha_\mathrm{o}\,I_\mathrm{s}}{\pi}\int_{\mathbb{S}_\mathrm{s}} [(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_\mathrm{s})\,\Theta(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_\mathrm{s})]\,[(-\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_\mathrm{o})\,\Theta(-\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_\mathrm{o})]\,\frac{\mathrm{d}S_\mathrm{s}}{R^2}, \tag{20}$$

یا

$$I_{\rm o}=\frac{\alpha_{\rm o}\,I_{\rm s}}{\pi}\;\int_{\mathbb{S}_{\rm s}}[(-\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_{\rm o})\,\Theta(-\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_{\rm o})]\,{\rm d}\Omega_{\rm s}, \tag{21}$$

که $\mathrm{d}\Omega_{\rm s}$ زاویه یِ فضایی یِ رویه یِ کوچک ِ گسیلنده از دید ِ نقطه یِ (رویه یِ کوچک ِ) جاذب است.

3.1 جاذب ِ همسانگرد درون ِ یک گسیلنده یِ همسانگرد

یک گسیلنده یِ همسانگرد در نظر میگیرم که به شکل ِ یک رویه یِ بسته است، چنان که این رویه مرز ِ یک ناحیه یِ کراندار است و گسیل ِ تابش به درون ِ این ناحیه است. یک جاذب ِ کوچک ِ همسانگرد درون ِ این ناحیه در نظر میگیرم، که بین ِ آن و رویه یِ گسیلنده مانع ی نیست. در این صورت بخش ی از رویه یِ گسیلنده که تابش ِ آن به جاذب میرسد، مستقل از جا یِ جاذب و بردار ِ $\boldsymbol{n}_{\rm o}$، از دید ِ گسیلنده زاویه یِ فضایی یِ $(2\,\pi)$ (نیمفضا) دارد. $(-\boldsymbol{n})$ را با زاویه‌ها یِ (β,γ) مشخص میکنم، که β زاویه یِ $(-\boldsymbol{n})$ با $\boldsymbol{n}_{\rm o}$، و γ زاویه یِ سمتی یِ $(-\boldsymbol{n})$ (نسبت به $\boldsymbol{n}_{\rm o}$) ست. (21) میشود

$$I_{\rm o}=\frac{\alpha_{\rm o}\,I_{\rm s}}{\pi}\;\int_0^{2\,\pi}{\rm d}\gamma\;\int_0^1{\rm d}(\cos\beta)\;\cos\beta, \tag{22}$$

که نتیجه میدهد

$$I_{\rm o}=\alpha_{\rm o}\,I_{\rm s}. \tag{23}$$

از جمله اگر جذب کامل باشد،

$$I_{\rm o}=I_{\rm s}. \tag{24}$$

یعنی توان ِ جذب-شده بر مساحت بر رویه یِ جاذب، با توان ِ گسیلیده بر مساحت از گسیلنده برابر است.

3.2 جاذب ِ همسانگرد کنار ِ یک گسیلنده یِ همسانگرد ِ تخت ِ بیپایان

یک گسیلنده یِ همسانگرد در نظر میگیرم که به شکل ِ یک رویه یِ تخت ِ بیپایان است. یک جاذب ِ کوچک ِ همسانگرد در نظر میگیرم، که در آن طرف ِ گسیلنده است که تابش دریافت میشود، چنان که بین ِ جاذب و رویه یِ گسیلنده مانع ی نیست. مختصات ِ دکَرتی یِ (x,y,z) را چنان میگیرم که

صفحه یِ $z=0$ رو یِ گسیلنده باشد، و

$$\boldsymbol{n}_{\rm s} = \hat{\boldsymbol{z}}. \tag{25}$$

نیمه یِ مثبت ِ محور ِ z را هم بر جاذب میگذارم و

$$-\boldsymbol{n}_{\rm o} = \hat{\boldsymbol{z}}\,\cos\chi + \hat{\boldsymbol{x}}\,\sin\chi, \tag{26}$$

که

$$0 \le \chi \le \pi. \tag{27}$$

فاصله یِ جاذب از گسیلنده را با Z نشان میدهم. به این ترتیب، متناظر با نقطه یِ $(x,y,0)$ در گسیلنده،

$$R = (Z^2 + x^2 + y^2)^{1/2}, \tag{28}$$

$$\boldsymbol{n} = (Z^2 + x^2 + y^2)^{-1/2}\,(Z\,\hat{\boldsymbol{z}} - x\,\hat{\boldsymbol{x}} - y\,\hat{\boldsymbol{y}}), \tag{29}$$

$$\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_{\rm s} = (Z^2 + x^2 + y^2)^{-1/2}\,Z, \tag{30}$$

$$-\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_{\rm o} = (Z^2 + x^2 + y^2)^{-1/2}\,(Z\,\cos\chi - x\,\sin\chi). \tag{31}$$

پس (20) میشود

$$I_{\rm o} = \frac{\alpha_{\rm o}\,I_{\rm s}}{\pi}\int_{-\infty}^{\cot\chi}{\rm d}x\int_{-\infty}^{\infty}{\rm d}y\,\frac{Z\,(Z\,\cos\chi - x\,\sin\chi)}{(Z^2+x^2+y^2)^2}. \tag{32}$$

به ساده‌گی (مثلَن با مقیاس-کردن ِ x و y با Z) دیده میشود $I_{\rm o}$ به Z بسته‌گی ندارد (تا جا یی که Z مثبت بماند). از جمله میشود Z را یک گرفت. به این ترتیب،

$$\begin{aligned} I_{\rm o} &= \frac{\alpha_{\rm o}\,I_{\rm s}}{\pi}\int_{-\infty}^{\cot\chi}{\rm d}x\int_{-\infty}^{\infty}{\rm d}y\,\frac{\cos\chi - x\,\sin\chi}{(1+x^2+y^2)^2},\\ &= \frac{\alpha_{\rm o}\,I_{\rm s}}{\pi}\int_{-\infty}^{\cot\chi}{\rm d}x\,\frac{\pi\,(\cos\chi - x\,\sin\chi)}{2\,(1+x^2)^{3/2}},\\ &= \frac{\alpha_{\rm o}\,I_{\rm s}}{\pi}\,\frac{\pi}{2}\,(1+\cos\chi), \end{aligned} \tag{33}$$

یا

$$I_{\rm o} = \alpha_{\rm o}\,I_{\rm s}\,\frac{1+\cos\chi}{2}. \tag{34}$$

حالا یک رویه یِ جاذب را در نظر میگیرم (که لزومَن کوچک نیست). بخش ِ کوچک ی از این رویه به مساحت ِ ${\rm d}S_{\rm o}$ را در نظر میگیرم. $({\rm d}S_{\rm o})\cos\chi$ تصویر ِ (جبری یِ) $(-\boldsymbol{n}_{\rm o}\,{\rm d}S_{\rm o})$

(بردار-ِ-مساحتِ این بخش) در جهتِ $\boldsymbol{n}_{\rm s}$ است:

$$(-\boldsymbol{n}_{\rm o}\,{\rm d}S_{\rm o})\cdot\boldsymbol{n}_{\rm s}=({\rm d}S_{\rm o})\,\cos\chi. \qquad (35)$$

به این ترتیب، کلِ توانِ جذب-شده میشود

$$\begin{aligned}P_{\rm o}&=\int_{\mathbb{S}_{\rm o}} I_{\rm o}\,{\rm d}S_{\rm o},\\ &=\frac{\alpha_{\rm o}\,I_{\rm s}}{2}\,\left\{\int_{\mathbb{S}_{\rm o}}{\rm d}S_{\rm o}+\boldsymbol{n}_{\rm s}\cdot\left[\int_{\mathbb{S}_{\rm o}}(-\boldsymbol{n}_{\rm o}\,{\rm d}S_{\rm o})\right]\right\},\end{aligned} \qquad (36)$$

که $\mathbb{S}_{\rm o}$ رویه یِ جاذب است. از اینجا،

$$P_{\rm o}=\frac{\alpha_{\rm o}\,I_{\rm s}}{2}\,(S_{\rm o}+S_{{\rm o}\,\perp}), \qquad (37)$$

که $S_{\rm o}$ مساحتِ رویه یِ جاذب، و $S_{{\rm o}\,\perp}$ مساحتِ جبری یِ تصویرِ این رویه بر صفحه یِ عمود بر $\boldsymbol{n}_{\rm s}$ است، یعنی تصویرِ بردارِ مساحتِ این رویه بر $\boldsymbol{n}_{\rm s}$ است. وقت ی بردارِ مساحتِ رویه یِ جاذب با $\boldsymbol{n}_{\rm s}$ همجهت باشد، توانِ جذب-شده $(\alpha_{\rm o}\,I_{\rm s}\,S_{\rm o})$ میشود، که شبیهِ رابطه یِ (23) است. وقت ی بردارِ مساحتِ رویه یِ جاذب با $(-\boldsymbol{n}_{\rm s})$ همجهت باشد، توانِ جذب-شده صفر میشود.

از جمله، اگر رویه یِ جاذب بسته باشد $S_{{\rm o}\,\perp}$ صفر میشود. در این حالت،

$$P_{\rm o}=\frac{\alpha_{\rm o}\,I_{\rm s}}{2}\,S_{\rm o}, \qquad (38)$$

که $S_{\rm o}$ مساحت رویه یِ جاذب است. میانگینِ توانِ جذب-شده بر مساحت را با $\langle I_{\rm o}\rangle$ نشان میدهم. به این ترتیب،

$$\langle I_{\rm o}\rangle=\frac{\alpha_{\rm o}\,I_{\rm s}}{2}. \qquad (39)$$

از جمله اگر جذب کامل باشد،

$$\langle I_{\rm o}\rangle=\frac{I_{\rm s}}{2}. \qquad (40)$$

دیده میشود برا یِ یک جاذبِ همسانگردبه شکلِ یک رویه یِ بسته، میانگینِ توانِ جذب-شده بر مساحت وقت ی جاذب کنارِ یک صفحه یِ گسیلنده یِ همسانگرد است نصفِ مقدارِ متناظر برا یِ حالت ی ست که جاذب درونِ یک گسیلنده یِ همسانگرد است.

یک مثالِ ساده یک کره یِ جاذبِ همسانگرد در کنارِ یک گسیلنده یِ همسانگردِ تختِ بیپایان است. از مرکزِ کره یِ جاذب یک صفحه موازی با گسیلنده میگذرد، که کره را دُ بخش میکند. یک

بخش به گسیلنده نزدیکتر (و رو به گسیلنده) است، یک بخش از گسیلنده دورتر (و پشت به گسیلنده). بخشها یِ نزدیک و دور را با، به ترتیب، 1 و 2 برچسب میزنم. دیده میشود

$$S_i = \frac{S_\mathrm{o}}{2}, \tag{41}$$

$$S_{1\,\perp} = \frac{S_\mathrm{o}}{4}, \tag{42}$$

$$S_{2\,\perp} = -\frac{S_\mathrm{o}}{4}, \tag{43}$$

و از آنجا،

$$P_1 = \frac{3\,\alpha_o\,I_\mathrm{s}}{8}\,S_\mathrm{o}, \tag{44}$$

$$P_2 = \frac{\alpha_o\,I_\mathrm{s}}{8}\,S_\mathrm{o}, \tag{45}$$

که نتیجه میدهد

$$\begin{aligned}\langle I_1\rangle &= \frac{3\,\alpha_o\,I_\mathrm{s}}{4},\\ &= \frac{3}{2}\,\langle I_\mathrm{o}\rangle.\end{aligned} \tag{46}$$

$$\begin{aligned}\langle I_2\rangle &= \frac{\alpha_o\,I_\mathrm{s}}{4},\\ &= \frac{1}{2}\,\langle I_\mathrm{o}\rangle.\end{aligned} \tag{47}$$

پشت ِ کره هم تابش میگیرد.

4 تابش ِ گرمایی

گسیل ِ تابش از و جذب ِ تابش بر یک جسم ِ سیاه همسانگرد است. جسم ِ سیاه جاذب ِ کامل است. چگالی یِ سطحی یِ توان ِ گسیلیده از یک جسم ِ سیاه، از رابطه یِ شْتِفان-بُلتسمان [1] به دست میآید:

$$I = \sigma\,T^4, \tag{48}$$

که T دما و σ ثابت ِ شْتِفان-بُلتسمان [1] است. جاذب را همسانگرد میگیرم. فرض میکنم جاذب فقط تابش ِ گرمایی دارد. پس در حالت ِ تعادل توان ِ گرمایی یی که جاذب میگسیلد برابر ِ توان ی ست که

جاذب از گسیلنده میگیرد. وقت ی گسیلنده بسته است و جاذب را در بر گرفته، چگالی یِ سطحی یِ توان ی که جاذب از گسیلنده میگیرد، با استفاده از (48) برا یِ گسیلنده و (23)، میشود

$$I_{\mathrm{o}} = \alpha_o \, \sigma \, T_{\mathrm{s}}^4. \tag{49}$$

در حالت ِ تعادل ِ گرمایی دما یِ جاذب با دما یِ گسیلنده برابر است. پس،

$$I_{\mathrm{o}} = \alpha_o \, \sigma \, T_{\mathrm{o}}^4. \tag{50}$$

رابطه یِ اخیر به تعادل ِ گرمایی یِ گسیلنده و تابش بسته‌گی ندارد، چون در آن مشخصات ِ گسیلنده ظاهر نمیشود. نتیجه این که برا یِ هر رویه ای که همسانگرد جذب کند، چگالی یِ سطحی یِ تابش ِ گرمایی چنین است.

$$I = \alpha \, \sigma \, T^4. \tag{51}$$

یک گسیلنده یِ سیاه در نظر میگیرم که به شکل ِ یک رویه یِ تخت ِ بیپایان است. یک جاذب ِ همسانگرد کنار ِ گسیلنده در نظر میگیرم، که در آن طرف ِ گسیلنده است که تابش دریافت میشود. با استفاده از (39) و (50)، در تعادل ِ گرمایی

$$\frac{\alpha_{\mathrm{o}} \, I_{\mathrm{s}}}{2} = \alpha_{\mathrm{o}} \, \sigma \, T_{\mathrm{o}}^4. \tag{52}$$

از ترکیب ِ این و (48) برا یِ گسیلنده،

$$\frac{T_{\mathrm{s}}^4}{2} = T_{\mathrm{o}}^4. \tag{53}$$

5 پانوشتها

[1] Stefan-Boltzmann