

پایداری یِ جَو، و بسته‌گی - به - ارتفاعِ دما یِ جَو

mamwad@mailaps.org

محمد خرمی

رابطه یِ پایداری یِ جَو و بسته‌گی یِ دما یِ آن به ارتفاع بررسی میشود. نشان داده میشود اگر مشتقِ دما نسبت به ارتفاع از یک حدِ معین (منفی) بیشتر باشد، جریانها یِ همرفتی ساخته نمیشوند و جَو پایدار میماند.

0 درآمد

جَو پایدار جَو ی ست که در آن جریانها یِ همرفتی درست نمیشود. همرفت زمان ی درست میشود که چگالی یِ هوا در ارتفاعِ کم، کمتر از چگالی یِ هوا در ارتفاعِ زیاد باشد. در این صورت هوا یِ ارتفاعِ کم بالا میرود و هوا یِ ارتفاعِ زیاد پایین می‌آید. البته این گفته کاملن دقیق نیست، چون هوا بی که بالا میرود چگالی یِش تغییر میکند. دقیقتر این است که همرفت زمان یِ درست میشود که نسبتِ چگالی به چگالی یِ مِثَر بر حسبِ ارتفاع صعودی باشد. و چگالی یِ مِثَر چنین تعریف میشود. یک ارتفاعِ z_0 را در نظر میگیریم. نمونه ای از هوا که در ارتفاعِ z_0 باشد، چگالی یِش $\rho(z_0)$ است. اگر این هوا به ارتفاعِ z برود، چگالی یِش تغییر میکند. به این چگالی یِ جدید چگالی یِ مِثَر میگوییم و آن را با $\bar{\rho}(z, z_0)$ نشان میدهم. در حالتِ کلی $\bar{\rho}(z, z_0)$ با $\rho(z)$ فرق دارد: رابطه یِ $\bar{\rho}(z, z_0)$ با $\rho(z_0)$

پایداری ی جو، و بسته‌گی- به-ارتفاع دما ی جو

حاصل یک فرایند تند است که در آن یک نمونه از ارتفاع z_0 به ارتفاع z برود، در حال ی که رابطه ی $\rho(z)$ با $\rho(z_0)$ حاصل فرایندها بی بسیار کندتر است. چگالی-ی- نسبی ی مثر را با X نشان میدهم و آن را چنین تعریف میکنم.

$$X(z, z_0) := \frac{\rho(z)}{\bar{\rho}(z, z_0)}. \quad (1)$$

رابطه تغییرات چگالی به چگالی ی مثر با همرفت از اینجا به دست میآید. هوا بی که از z_0 به z میرود، چگالی ی $\bar{\rho}(z, z_0)$ میشود. اگر z بزرگتر از z_0 باشد، وقت ی این جابه‌جایی ی هوا رخ میدهد (پایدار است) که چگالی ی هوا ی بالارفته در z ، از چگالی ی هوا بی که قبلن در z بوده کمتر باشد. این یعنی اگر z بزرگتر از z_0 باشد، $\bar{\rho}(z, z_0)$ کوچکتر از $\rho(z)$ باشد، که یعنی $[X(z, z_0)]$ نسبت به z صعودی باشد. هم‌ارز با این، جو پایدار است (جریانها ی همرفتی ندارد)، وقت ی $[X(z, z_0)]$ نسبت به z نزولی باشد.

1 رخواه ی دما، فشار، و چگالی در جو

برای جو ی که در تعادل مکانیکی ست، رابطه ی فشار با چگالی چنین است.

$$D P = -g \rho, \quad (2)$$

که D مشتقگیری، P فشار، و g شتاب گرانشی است، و متغیر ارتفاع است. این رابطه برای محاسبه ی فشار یا چگالی بر حسب ارتفاع کافی نیست. یک رابطه ی دیگر بین فشار و چگالی لازم است. معادله ی حالت یک رابطه بین فشار، چگالی، و دما ست، که برای گاز کامل (که تقریب خوب ی برای نسیف جو است) چنین است.

$$\rho = \frac{M P}{R T}. \quad (3)$$

M جرم ملی ی میانگین، R ثابت عمومی ی گازها، و T است. اما این معادله هم متغیرها بی جدید (T و M) وارد میکند، و همچنان تعداد معادلات از تعداد متغیرها کمتر است. میشود بین (2) و (3) چگالی را حذف کرد:

$$D P = -\frac{g M}{R T} P. \quad (4)$$

از (3) نتیجه میشود

$$\frac{D\rho}{\rho} = \frac{DM}{M} + \frac{DP}{P} - \frac{DT}{T}. \quad (5)$$

با گذاشتن (4) در این هم نتیجه میشود

$$\frac{D\rho}{\rho} = -\frac{gM}{RT} + \frac{DM}{M} - \frac{DT}{T}. \quad (6)$$

با داشتن دما و جرم ملی میانگین بر حسب ارتفاع، تعداد معادلات با تعداد متغیرها برابر میشود. از (4) فشار به دست می‌آید.

$$\ln \frac{P(z)}{P(0)} = - \int_0^z dz' \left(\frac{gM}{RT} \right) (z'). \quad (7)$$

به این ترتیب،

$$\frac{P(z)}{P(0)} = \exp \left[- \int_0^z dz' \left(\frac{gM}{RT} \right) (z') \right]. \quad (8)$$

$$\frac{\rho(z)}{\rho(0)} = \frac{T(0)}{T(z)} \frac{M(z)}{M(0)} \exp \left[- \int_0^z dz' \left(\frac{gM}{RT} \right) (z') \right]. \quad (9)$$

2 پایداری جو

شرط این که جو در z_0 پایدار باشد (آنجا جریانها همرفتی نباشد) این است که $X(z, z_0)$ نسبت به z در یک همسایه‌گی از z_0 نزولی باشد، یعنی مشتق $X(z, z_0)$ نسبت به z ، در $(z = z_0)$ منفی باشد. فشار و دما و جرم - ملی - میانگین مثر را با به ترتیب \tilde{P} و \tilde{T} و \tilde{M} نشان میدهم. تعریف اینها هم مشابه با تعریف چگالی مثر است. بین اینها رابطه‌ها بی مشابه با (2) و (3) برقرار است:

$$D_1 \tilde{P} = -g \tilde{\rho}, \quad (10)$$

$$\tilde{\rho} = \frac{\tilde{M} \tilde{P}}{R \tilde{T}}, \quad (11)$$

که D_1 مشتقگیری نسبت به متغیر اول است. از (10) و (11) دیده میشود مانسته ی (6) هم برقرار است:

$$\frac{D_1 \tilde{\rho}}{\tilde{\rho}} = -\frac{g \tilde{M}}{R \tilde{T}} + \frac{D_1 \tilde{M}}{\tilde{M}} - \frac{D_1 \tilde{T}}{\tilde{T}}. \quad (12)$$

پایداری ی جو، و بسته‌گی- به-ارتفاع دما ی جو

از ترکیب این با (6)، و با استفاده از تعریف چگالی ی نسبی ی مثر، نتیجه میشود

$$\begin{aligned} \frac{(D_1 X)(z, z_0)}{X(z, z_0)} &= -\frac{g M(z)}{R T(z)} + \frac{(D M)(z)}{M(z)} - \frac{(D T)(z)}{T(z)} \\ &+ \frac{g \tilde{M}(z, z_0)}{R \tilde{T}(z, z_0)} - \frac{(D_1 \tilde{M})(z, z_0)}{\tilde{M}(z, z_0)} + \frac{(D_1 \tilde{T})(z, z_0)}{\tilde{T}(z, z_0)}. \end{aligned} \quad (13)$$

رُشن است که اگر \tilde{Y} کمیت مثر متناظر با Y باشد،

$$\tilde{Y}(z_0, z_0) = Y(z_0). \quad (14)$$

به این ترتیب از (13) نتیجه میشود

$$\begin{aligned} (D_1 X)(z_0, z_0) &= \frac{(D M)(z_0)}{M(z_0)} - \frac{(D_1 \tilde{M})(z_0, z_0)}{M(z_0)} \\ &+ \frac{(D_1 \tilde{T})(z_0, z_0)}{T(z_0)} - \frac{(D T)(z_0)}{T(z_0)}. \end{aligned} \quad (15)$$

شرط پایداری ی جو در z_0 این است که طرف راست رابطه ی بالا منفی باشد:

$$\left[\frac{(D T)(z_0)}{T(z_0)} - \frac{(D M)(z_0)}{M(z_0)} \right] > \left[\frac{(D_1 \tilde{T})(z_0, z_0)}{T(z_0)} - \frac{(D_1 \tilde{M})(z_0, z_0)}{M(z_0)} \right]. \quad (16)$$

3 ساده‌سازی در جو

جرم ملی ی میانگین به ارتفاع وابسته است. اما بیشتر جو از نیتروژن (78%) و اکسیژن (21%) تشکیل شده، که جرم ملی یشان به هم نزدیک است. میشود معادله ی (7) را برای هر یک از این دُگاز به تنها بی نوشت. فشار جزئی و جرم ملی ی جزئی a را با به ترتیب P_a و M_a نشان میدهم. نتیجه

میشود

$$\left[\ln \frac{P(z)}{P(0)} \right]_{O_2} - \left[\ln \frac{P(z)}{P(0)} \right]_{N_2} = -\frac{g(M_{O_2} - M_{N_2})}{R} \int_0^z \frac{dz'}{T(z')}, \quad (17)$$

و از آنجا،

$$\left(\frac{P_{O_2}}{P_{N_2}} \right) (z) = \left(\frac{P_{O_2}}{P_{N_2}} \right) (0) \exp \left[-(\nu_{O_2} - \nu_{N_2}) \int_0^z \frac{dz'}{T(z')} \right], \quad (18)$$

که

$$\nu_a := \frac{g M_a}{R}. \quad (19)$$

با

$$M_{O_2} = 32 \text{ g mol}^{-1}, \quad (20)$$

$$M_{N_2} = 28 \text{ g mol}^{-1}, \quad (21)$$

$$R = 8.3 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}, \quad (22)$$

$$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}, \quad (23)$$

نتیجه میشود

$$\nu_{O_2} - \nu_{N_2} = 4.7 \times 10^{-3} \text{ K m}^{-1}. \quad (24)$$

دیدیه میشود برا ی این که نسبت فشار جزئی ی اکسیژن به فشار جزئی ی نیتروژن یک درصد نسبت به این کمیت در ($z = 0$) تغییر کند، ارتفاع باید H شود، که

$$H = 0.01 \frac{T}{\nu_{O_2} - \nu_{N_2}}. \quad (25)$$

البته دما در جو ثابت نیست. T بی که در رابطه ی بالا وارد میشود نُع ی دما ی میانگین است. با T از مرتبه ی (300 K)، نتیجه میشود

$$H \sim 60 \text{ km}. \quad (26)$$

در ارتفاعها ی کمتر از این، میشود ترکیب جو را مستقل از ارتفاع گرفت. عملن همه ی پدیدهها ی هواشناختی در ارتفاعها ی کمتر از این رخ میدهند. پس برا ی این پدیدهها ترکیب جو مستقل از ارتفاع و در نتیجه M مستقل از ارتفاع است:

$$\begin{aligned} M &= \frac{0.21 M_{O_2} + 0.78 M_{N_2}}{0.21 + 0.78} \text{ g mol}^{-1}, \\ &= 29 \text{ g mol}^{-1}. \end{aligned} \quad (27)$$

به این ترتیب با تعریف ν مثل (19) ولی با جرم ملی ی میانگین،

$$\nu = 3.4 \times 10^{-2} \text{ K m}^{-1}, \quad (28)$$

پایداری ی جو، و بسته‌گی- به-ارتفاع دما ی جو

و

$$\frac{P(z)}{P(0)} = \exp \left[-\nu \int_0^z \frac{dz'}{T(z')} \right]. \quad (29)$$

$$\frac{\rho(z)}{\rho(0)} = \frac{T(0)}{T(z)} \exp \left[-\nu \int_0^z \frac{dz'}{T(z')} \right]. \quad (30)$$

3.1 جو همدما

اگر جو در تعادل گرمایی میبود، دما مستقل از ارتفاع میشد. رخواه‌ها ی دما- ثابت را با شاخص T نشان میدهم:

$$\left[\frac{P(z)}{P(0)} \right]_T = \exp \left(-\frac{\nu z}{T} \right). \quad (31)$$

$$\left[\frac{\rho(z)}{\rho(0)} \right]_T = \exp \left(-\frac{\nu z}{T} \right). \quad (32)$$

جو چنین میبود اگر مقیاس زمانی ی فرایندها ی آن بسیار بزرگتر از زمان τ یعنی ی رسیدن به تعادل گرمایی میبود. عملن چنین نیست. جو همدما نیست.

3.2 جو بیدرر

جو بیدرر جو ی ست که بین کمیتها ی آن در نقاط مختلف رابطه ی بیدرر حاکم است. بر حسب فشار و چگالی، این یعنی

$$\left(\frac{P}{\rho^\gamma} \right)_S = \text{constant}, \quad (33)$$

که شاخص S یعنی بیدرر (در انتزعی ی ثابت)، و γ نسبت گرما ی ویژه در فشار ثابت به گرما ی ویژه در حجم ثابت است. (33) را در (2) میگذارم. با تعریف

$$\varrho(z) := \frac{\rho(z)}{\rho(0)}, \quad (34)$$

نتیجه میشود

$$\left[D(\varrho^\gamma) = -\frac{g\rho(0)}{P(0)} \varrho \right]_S, \quad (35)$$

یا

$$\left[D(\varrho^\gamma) = -\frac{\nu}{T(0)} \varrho \right]_S, \quad (36)$$

که از آن نتیجه میشود

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\{[\rho(z)]^\gamma\}^{(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right)_S = -\frac{\nu z}{T(0)}. \quad (37)$$

به این ترتیب،

$$\left[\frac{\rho(z)}{\rho(0)} \right]_S = \left[1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\nu z}{T(0)} \right]^{1/(\gamma-1)}. \quad (38)$$

$$\left[\frac{P(z)}{P(0)} \right]_S = \left[1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\nu z}{T(0)} \right]^{\gamma/(\gamma-1)}. \quad (39)$$

$$\left[\frac{T(z)}{T(0)} \right]_S = 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\nu z}{T(0)}. \quad (40)$$

چون چنین میبود اگر مقیاس زمانی فرایندهای آن بسیار کوچکتر از زمان نعی رسیدن به تعادل گرمایی میبود.

3.3 پایداری

این که جرم ملى (و جرم ملى ی مثر) مستقل از ارتفاع است را در (15) میگذارم. نتیجه میشود

$$(D_1 X)(z_0, z_0) = \frac{(D_1 \tilde{T})(z_0, z_0)}{T(z_0)} - \frac{(DT)(z_0)}{T(z_0)}. \quad (41)$$

شرط پایداری ی جو، رابطه ی (16)، هم چنین میشود.

$$\frac{(DT)(z_0)}{T(z_0)} > \frac{(D_1 \tilde{T})(z_0, z_0)}{T(z_0)}, \quad (42)$$

یا

$$(DT)(z_0) > (D_1 \tilde{T})(z_0, z_0). \quad (43)$$

فرایندهای بی که کمیتها ی مثر با آنها تغییر میکنند فرایندهای بی تندند. پس این فرایندها را بیدرر میگیرم.

به این ترتیب برای \tilde{T} مانسته ی (40) نتیجه میشود:

$$\tilde{T}(z, z_0) = T(z_0) - \frac{\gamma-1}{\gamma} \nu (z - z_0), \quad (44)$$

و از آن،

$$(D_1 \tilde{T})(z_0, z_0) = -\frac{\gamma-1}{\gamma} \nu. \quad (45)$$

شرط پایداری ی جو هم میشود

$$(DT)(z_0) > -\frac{\gamma-1}{\gamma} \nu. \quad (46)$$

پایداری ی جو، و بسته‌گی- به-ارتفاع دما ی جو

جو اساسن از گازها ی داتمی (نیتروژن و اکسیژن) تشکیل شده، و برای آن

$$\gamma = 1.4. \quad (47)$$

با این و (28)، نتیجه میشود

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma} \nu = 1.0 \times 10^{-2} \text{ K m}^{-1}. \quad (48)$$

پس شرط پایداری ی جو میشود

$$(D T)(z_0) > -1.0 \times 10^{-2} \text{ K m}^{-1}. \quad (49)$$

مشتق دما در سطح زمین، البته تابع مکان و زمان است. مقادیرا بی نُعی برای دما بر حسب ارتفاع را میشود در مثلن [1] یافت:

$$T_m(0) = 290 \text{ K}, \quad (50)$$

$$T_m(10 \text{ km}) = 220 \text{ K}, \quad (51)$$

که T_m دما ی جو نُعی است و ارتفاع از سطح زمین سنجیده شده. با این مقادیرا،

$$(D T_m)(0) = -7 \times 10^{-3} \text{ K m}^{-1}. \quad (52)$$

پس جو نُعن در حالت پایداری است. البته مشتق ی که در رابطه ی بالا حساب شده یک مقدار میانگین است. عملن ممکن است تغییرات دما در سطح زمین شدیدتر از مقدار بالا باشد. به هم ین خاطر جاها بی هست که جو ناپایدار است. (52) ضمنن نشان میدهد جو نُعی بیدرر نیست. رفتار جو نُعی بین یک رفتار بیدرر و یک رفتار همدما است.

4 پدیده‌ها

تخلیه ی الکتریکی در جو (رعد- برق و صاعقه) زمان ی رخ میدهد که میدان الکتریکی در جو از حد شکست بیشتر شود. این پدیده پیچیده است و احتمالن به عوامل ی که منشی شان بیرون جو هست هم بسته گی دارد، مثلن به پرت ی کیهانی که مُلکولها بی در جو را یئیده میکند. اما به هر حال برای این که تخلیه ی الکتریکی رخ دهد یک میدان الکتریکی ی بزرگ در جو لازم است. برای این هم باید ابرها و زمین باردار باشند. باردارشدن ابرها و زمین هم پدیده ای پیچیده است، اما به هر حال، لابد

جریانها ی هوا در جو ند که بارها را بین ابرها و زمین جابه‌جا میکنند. پس انتظار می‌رود ناپایداری ی جو به رخ- دادن تخلیه ی الکتریکی در جو کمک کند.

آلاینده‌ها ی جو نَعَن در سطح زمین و در شهرها درست میشوند. هر چه جریانها ی جو شدیدتر باشد، آلاینده‌ها زودتر در جو پخش میشوند و آلوده‌گی ی هوا ی شهرها کمتر میشود. پس انتظار می‌رود ناپایداری ی جو چگالی ی آلاینده‌ها در سطح زمین را کم کند.

دیده میشود تخلیه ی الکتریکی در جو، و کاهش چگالی ی آلاینده‌ها در سطح زمین، هر دو به ناپایداری ی جو مربوطند. معلوم شد شرط ناپایداری ی جو هم این است که مشتق دما نسبت به ارتفاع از حد معین ی کمتر باشد، رابطه ی (49). گرم- بودن سطح زمین (نسبت به جو) به برآورده- شدن این شرط کمک میکند. پس انتظار می‌رود تابستانها جو ناپایدارتر باشد تا زمستانها. به این که شرط ناپایداری ی جو برآورده نشده باشد (جو پایدار باشد) وارونه‌گی می‌گویند. این اسم از آنجا می‌آید که دما در ارتفاعها ی زیاد کمتر از دما ی سطح زمین است. پس به طر میانگین مشتق دما نسبت به ارتفاع منفی است. اما در ارتفاعها ی کم ممکن است دما نسبت به ارتفاع صعودی شود (که در این صورت جو پایدار میشود). وارورن‌گی یعنی وارون- شدن علامت مشتق دما بر حسب ارتفاع. البته با دقت بیشتر، شرط وارونه‌گی (49) است: مشتق دما نسبت به ارتفاع، لازم نیست مثبت باشد، کافی است از یک مقدار منفی بزرگتر باشد.

زمستانها وارونه‌گی بیشتر، و رعد- برق و صاعقه کمتر رخ میدهد.

5 پانوشتها

- [1] David G. Andrews; "an introduction to atmospheric physics" (Cambridge University Press, 2000) section 1.4